

THÈSE

présentée

**A LA FACULTÉ DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES
DE L'UNIVERSITÉ DE BESANÇON**

pour obtenir le

**DIPLOME DE DOCTEUR EN PHYSIQUE
Mention Mécanique**

par

Michel BOUVERET

**CONTRIBUTION A L'ANALYSE DU COMPORTEMENT DE
MATÉRIAUX SOUMIS A DES CHARGES CYCLIQUES
BIAXIALES DANS LE DOMAINE PLASTIQUE**

Soutenue le 18 Février 1977, devant la Commission d'Examen

MM. CHALÉAT

Président

LHOTE
MERIGOUX
LECOANET
OYTANA

}
Examineurs



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546611_0009

THÈSE

présentée

*A LA FACULTÉ DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES
DE L'UNIVERSITÉ DE BESANÇON*

pour obtenir le

DIPLOME DE DOCTEUR EN PHYSIQUE
Mention Mécanique

par

Michel BOUVERET

**CONTRIBUTION A L'ANALYSE DU COMPORTEMENT DE
MATÉRIAUX SOUMIS A DES CHARGES CYCLIQUES
BIAXIALES DANS LE DOMAINE PLASTIQUE**

Soutenue le 18 Février 1977, devant la Commission d'Examen

MM. CHALÉAT

Président

LHOTE
MERIGOUX
LECOANET
OYTANA

}
Examineurs

THÈSE

A LA FACULTÉ DES SCIENCES ET DES LETTRES
DE L'UNIVERSITÉ DE LEIDEN

PAR

DIPLOME DE DOCTEUR EN PHYSIQUE
Monsieur M. J. J. J.

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

CONTRIBUTION A L'ANALYSE DU COMPORTEMENT DE
MATERIAUX SOUS A DES CHARGES CYCLIQUES
MAXIMES DANS LE DOMAINE PLASTIQUE

Présentée et soutenue publiquement le 15 Mars 1971

Devant le jury composé de Messieurs :

M. J. J. J.

M. J. J. J.

M. J. J. J.

M. J. J. J.

M. J. J. J.

M. J. J. J.

Président : Monsieur LÉVÊQUE Pierre

FACULTE DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES

DOYEN

Mr GALATRY Louis
Professeur : Physique Moléculaire

DOYENS HONORAIRES

Mrs GLANGEAUD, JACQUEMAIN, CHATELET,
THIEBAUT

ASSESSEUR

Mr BLAISON Jean : Géologie
Maître-Assistant

PROFESSEURS HONORAIRES

Mrs BAILLAUD, DUFFIEUX, THIRY, TRILLAT,
UEBERSFELD, VINCENSINI, TRONCHET,
THEOBALD N., QUANTIN

PROFESSEURS

Mrs CHATELET François : Mathématiques
MESNAGE Pierre : Chronométrie
PERROT Roger : Chimie Générale
PLUVINAGE Philippe : Physique Théorique
CHALEAT Raymond : Mécanique Appliquée
BERNARD Jean : Chimie Physique
RIPPLINGER Jean : Physiologie Animale
GREMILLARD Jean : Mathématiques
VIÉNOT Jean-Charles : Physique Gle Optique
THIEBAUT Jean : Pétrographie-Minéralogie
GOMOT Lucien : Zoologie et Embryologie
PARIZET Jean : Mathématiques
THEOBALD Jean-Gérard : Spectroscopie Hertzienne
CERUTTI Ernest : Chimie Appliquée
DEVIN Claude : Chimie 1er cycle
CAPODANNO Pierre : Mécanique Théorique
BANTEGNIE Robert : Mathématiques
ROBERT Daniel : Physique Moléculaire
ROBERT Jacques : Mathématiques I
CHAUVE Pierre : Géologie-Minéralogie
RANGHEARD Yves : Géologie
BIDAULT Michel : Taxonomie Expérimentale

MAITRE DE CONFERENCES HONORAIRE

Mr GRANIER

MAITRES DE CONFERENCES

Mrs DUBOUCHET Jacques : Botanique
WEIL Michel : Mathématiques
HAYLI Avram : Astronomie
BROQUET Paul : Géologie
GRAS Georges : Mathématiques
TREHEL Michel : Informatique
MILLET Bernard : Botanique
BENILAN Philippe : Mathématiques
COUGNARD Jean : Mathématiques
LACOSTE Alain : Biologie
Physiologie Végétale

RESPONSABLE DES SERVICES ADMINISTRATIFS

Mr RUNGE Jean-Marie

PROFESSEURS SANS CHAIRE

Mrs POTIER Robert : Physique des Solides
REAL Pierre : Ecologie Animale
GOUARNE René : Mathématiques
MERIGOUX Henri : Cristallographie et
Synthèses minérales
OLIVIER Marcel : Electronique Quantique
MONTAGNER Hubert : Psychophysiologie
BULABOIS Jean : Physique Gle Optique
GAUDEMER Yves : Biochimie
LAUDE Bernard : Chimie Organique
MIELLOU Jean-Claude : Analyse Numérique
ROBERT Guy : Electrochimie

A V A N T - P R O P O S

Qu'il me soit permis de remercier très sincèrement les personnes qui ont dirigé et permis la réalisation de cette étude :

Monsieur Fernand ELLYIN, Directeur du Groupe "Structures et Mécanique du Solide" ;

Monsieur Kenneth NEALE, Directeur du Département de Génie Civil de l'Université de Sherbrooke, Canada

de m'avoir intégré avec tant de bienveillance dans leur équipe de travail.

Monsieur Raymond CHALEAT, Directeur du Laboratoire de Mécanique Appliquée de Besançon, pour son accueil dans son laboratoire ;

Monsieur le Président et les membres du jury.

Je remercie également :

Messieurs THIBODEAU et LACROIX, technicien chef et technicien pour leurs supports techniques ;

ainsi que les organismes :

Ministère de l'Éducation du Québec
Conseil National de Recherche du Canada
Laboratoire de Mécanique Appliquée de Besançon

qui ont financé la réalisation de ce mémoire.

R E S U M E

L'intérêt, toujours croissant, porté aux expériences consacrées à l'analyse de l'influence de l'histoire des prédéformations plastiques sur les conditions d'écoulement des métaux durant ce dernier quart de siècle, reste très vif de nos jours. L'accent dans cette étude, porte sur l'analyse du comportement de matériaux tels que l'aluminium 2024 et l'acier doux C-1018 soumis à des chargements combinés et cycliques. Après des essais uni-axiaux nécessaires à la détermination des propriétés mécaniques, les éprouvettes sont soumises à des chargements définis selon des rapports de déformations ou de sollicitations choisis. Le passage à un état stable, la détermination de surfaces d'écoulement et l'analyse de certains phénomènes de fatigue constituent un ensemble appréciable de résultats expérimentaux confrontables avec la théorie ou les expériences antérieures.

AVERTISSEMENT

Le travail présenté a été conduit au Laboratoire de Structures et Mécanique des Solides de l'Université de Sherbrooke au Canada. Dans ce même laboratoire, J.P. GRASS a mené des essais statiques sur titane (*) et a été appelé à concevoir une instrumentation représentée dans les figures 8 et 11 de ce mémoire (rotal et détecteur de non linéarité). Toujours dans ce groupe structures et parallèlement à ce travail, D. LEFEBVRE a fait une synthèse de diverses publications sur les problèmes de fatigue et la même disposition des résultats a été retenue dans ce rapport (c.a.d. dans les équations de la forme $\sigma = C N_f^\alpha$, différentes valeurs de N_f ont été choisies).

(*) ELLYIN F. et GRASS J.P. - "Détermination expérimentale des surfaces d'écoulement plastique du titane 50 A". C.S.M.E. 19 - n°73 - déc. 1975.

ERRATA

- Liste des symboles, il faut lire :

J_2 second invariant du déviateur des contraintes

- Page 12, il faut ajouter en 1ère ligne :

La définition de $\bar{\epsilon}$ n'est valable que pour les petites déformations (cas de la présente étude)

- Page 55, il faut ajouter une dernière ligne :

$s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_{kk} \delta_{ij} / 3$ avec δ_{ij} symbole de Kronecker

- Bibliographie 33 publiée dans :

"Mechanics Research Communications" vol.1, 1974, pp.219-224.

T A B L E D E S M A T I E R E S

	<u>Page</u>
RESUME	
LISTE DES FIGURES ET TABLEAUX	
LISTE DES SYMBOLES	
INTRODUCTION GENERALE	1
 1000 - <u>PRELIMINAIRES</u>	 6
1100 COMPORTEMENT ELASTIQUE ET PLASTIQUE	6
1200 RELAXATION ET FLUAGE	6
1300 INFLUENCE DES CONDITIONS D'ESSAIS	6
1400 EFFET BAUSCHINGER	7
1500 CRITERES DE PLASTICITE	7
1600 THEORIES DE BASE SUR L'ECROUISSAGE	8
 2000 - <u>ESSAIS</u>	 10
2100 DEFINITIONS DES ESSAIS	10
2110 <i>Essais statiques</i>	11
2120 <i>Essais dynamiques</i>	11
2130 <i>Surfaces d'écoulement</i>	12
2140 <i>Chargement cyclique</i>	14
2150 <i>Rupture</i>	14
 3000 - <u>EQUIPEMENT</u>	 15
3100 MACHINE D'ESSAI	15
3200 COMMANDE ASSERVIE	15
3300 CONTROLE	16
3310 <i>Contrôle des sollicitations</i>	17
3311 Force axiale	17
3312 Couple de torsion	17
3313 Pression	17

3320	<i>Contrôle des déformations</i>	18
3321	Déformation axiale	18
3322	Déformation angulaire	18
3323	Déformation radiale	18
3324	Déformations plastiques	18
4000	<u>INSTRUMENTATION</u>	20
4100	CRITERES DE CHOIX	20
4200	L'EXTENSOMETRE	20
4300	LE ROTAL	21
4310	<i>Le rotal compact</i>	22
4400	L'EXPANSOMETRE	23
5000	<u>CALIBRATION</u>	24
5100	CALIBRATION DES INSTRUMENTS DE MESURE	24
5110	<i>Déplacement axial</i>	24
5120	<i>Déplacement angulaire</i>	24
5130	<i>Déplacement radial</i>	25
5140	<i>Evaluation de l'influence allongement-rotation</i>	25
5200	CALIBRATION DES CELLULES DE CHARGE	26
5210	<i>Cellule de charge axiale</i>	26
5220	<i>Cellule de torsion</i>	26
5300	CALIBRATION DU SYSTEME DE NON PROPORTIONNALITE	
6000	<u>ENREGISTREURS</u>	28
6100	ENREGISTREMENT GRAPHIQUE	28
6200	ENREGISTREMENT NUMERIQUE	28
7000	<u>EPROUVETTE</u>	30
7100	CHOIX DES DIMENSIONS	30
7200	CHOIX DU MATERIAU	31
7300	TRAITEMENT THERMIQUE	31
7400	PROPRIETES MECANIQUES ET PHYSIQUES DE L'AL. 2024	31
7500	PROPRIETES MECANIQUES ET PHYSIQUES DE L'ACIER C-1018	32
7600	MONTAGE ET FIXATION	32

	<u>Page</u>
7610 <i>Cas de l'éprouvette solide</i>	32
7620 <i>Cas de l'éprouvette tubulaire</i>	32
8000 - <u>INFLUENCE DU CHARGEMENT CYCLIQUE SUR L'AL. 2024</u>	33
8100 COMPORTEMENT	33
8200 SURFACES D'ECOULEMENT	34
8300 CONCLUSION	36
9000 - <u>ESSAIS DE FATIGUE ET RESULTATS OBTENUS SUR L'AL. 2024</u>	37
9100 ESSAI MONOTONE DE TRACTION	37
9200 ESSAIS CYCLIQUES TENSION-COMPRESSION	38
9300 CONCLUSION	44
10000 - <u>ESSAIS DE FATIGUE ET RESULTATS OBTENUS SUR L'ACIER 1018 RECUIT</u>	45
10100 ESSAIS UNIAXIAUX TENSION -COMPRESSION	45
10110 <i>Essais monotones de traction</i>	45
10111 <i>Caractéristiques</i>	45
10120 <i>Essais cycliques tension-compression</i>	46
10130 <i>Conclusion</i>	53
10140 <i>Effet d'une déformation moyenne</i>	53
10150 <i>Effet d'une prédéformation</i>	54
10200 ESSAIS BIAXIAUX TENSION-COMPRESSION-PRESSION INTERNE .	55
10210 <i>Expressions dérivées de considérations énergétiques</i>	55
10220 <i>Essais</i>	57
10230 <i>Résultats</i>	58
10240 <i>Conclusion</i>	60

CONCLUSION GENERALE

FIGURES ET TABLEAUX

APPENDICES

- Appendice A : Critères de plasticité
- Appendice B : Extensomètre

- Appendice C : Méthodes des Moindres Carrés
- Appendice D : Critères de Rupture
- Appendice E : Lois Energiques de Fatigue

BIBLIOGRAPHIE

L I S T E D E S F I G U R E S E T T A B L E A U X

F I G U R E S

- 1 Définition du point d'écoulement
- 2 Choix de la répartition des points d'écoulement en contrôle des sollicitations
- 3 Choix de la répartition des points d'écoulement en contrôle des déformations
- 4 Points d'arrêt du chargement cyclique en contrôle des sollicitations
- 5 Points d'arrêt du chargement cyclique en contrôle des déformations
- 6 Machine de traction et torsion
- 7 Système de commande asservie
- 8 Régulateur d'asservissement
- 9 Détecteurs de limite
- 10 Extensomètre
- 11 Rotal
- 12 Rotal compact
- 13 Expansomètre
- 14 Extensomètre métrique
- 15 Principes de calibration

- 16 Amplificateur opérationnel
- 17 Description des contraintes et des déformations
- 18 Eprouvette solide d'essai monotone
- 19 Tube d'essai
- 20 Disposition des éprouvettes dans la barre
- 21 Eprouvette solide d'essai cyclique
- 22 Boucles d'hystérésis suite à un chargement cyclique en contrôle des déformations
- 23 Courbes de réponse de l'Al. 2024 soumis à une déformation contrôlée
 $\Delta \bar{\epsilon} = 1,5 \% ; 2 \%$ suivant la direction $\gamma = 2\epsilon$
- 24 Courbes de réponse de l'Al. 2024 soumis à une déformation contrôlée
 $\Delta \bar{\epsilon} = 1,5 \% ; 2 \%$ suivant la direction $\epsilon = 2 \gamma$
- 25 Courbes de réponse de l'Al. 2024 soumis à une déformation contrôlée
 $\Delta \bar{\epsilon} = 1,5 \% ; 2 \%$ suivant la direction $\epsilon = \gamma$
- 26 Comparaison des courbes de réponse de l'Al. 2024 soumis à une déformation contrôlée $\Delta \bar{\epsilon} = 1,5 \% ; 2 \%$ suivant trois directions
- 27 Courbes de réponse en σ et τ de l'Al. 2024 soumis à une déformation contrôlée
 $\Delta \bar{\epsilon} = 1,5 \% ; 2 \%$ suivant la direction $\epsilon = 2 \gamma$
- 28 Surfaces d'écoulement initiale et à l'état stable de l'Al. 2024 soumis à une déformation contrôlée $\Delta \bar{\epsilon} = 1,5 \%$ en chargement axial
- 29 Surfaces d'écoulement initiale et finale de l'Al. 2024 soumis à une déformation contrôlée $\Delta \bar{\epsilon} = 1,5 \%$ en chargement axial
- 30 Surfaces d'écoulement initiale et à l'état stable de l'Al. 2024 soumis à une contrainte contrôlée $\Delta \bar{\sigma} = 800 \text{ MPa}$ en chargement axial

- 31 Surfaces d'écoulement initiale et à l'état stable de l'Al. 2024 soumis à une contrainte contrôlée $\Delta \bar{\sigma} = 900$ MPa en chargement axial
- 32 Surfaces d'écoulement initiale et finales de l'Al. 2024 soumis à une déformation contrôlée $\Delta \bar{\epsilon} = 1,5$ % en torsion
- 33 Surfaces d'écoulement initiales et à l'état stable de l'Al. 2024 soumis à une contrainte contrôlée $\Delta \bar{\sigma} = 800$ MPa en traction-torsion combinées
- 34 Surfaces d'écoulement initiales et à l'état stable de l'Al. 2024 soumis à une déformation contrôlée $\Delta \bar{\epsilon} = 1,5$ % en traction-torsion combinées
- 35 Courbes charge-allongement de l'Al. 2024 recuit ou non
- 36 Courbe contrainte-déformation de l'Al. 2024 jusqu'à 1 %
- 37 Courbe contrainte-déformation de l'Al. 2024 jusqu'à 10 % avec déchargement à 3 % et 6 %
- 38 Détermination graphique du coefficient d'écrouissage statique de l'Al. 2024
- 39 Comparaison des courbes "contrainte-déformation" monotone et cyclique de l'Al. 2024
- 40 Principe d'obtention de la courbe "contrainte-déformation" cyclique au moyen de plusieurs éprouvettes
- 41 Principe d'obtention de la courbe "contrainte-déformation" cyclique au moyen d'une seule éprouvette
- 42 Détermination graphique du coefficient d'écrouissage cyclique de l'Al. 2024
- 43 Courbe exprimant la durée de vie de l'Al. 2024 en fonction de la déformation plastique
- 44 Courbe exprimant la durée de vie de l'Al. 2024 en fonction de la déformation
- 45 Courbe exprimant la durée de vie de l'Al. 2024 en fonction de la contrainte

- 46 Courbe contrainte-déformation de l'acier 1018 avec ou sans déchargement
- 47 Courbe contrainte-déformation de l'acier 1018 indiquant l'importance du choix du contrôle
- 48 Boucles d'hystérésis suite à un chargement cyclique de l'acier 1018 en contrôle des sollicitations
- 49 Courbes de réponse de l'acier 1018 soumis à une déformation contrôlée
 $\Delta \bar{\epsilon} = 0,7 \% ; 3 \%$
- 50 Comparaison des courbes de réponse de l'acier 1018 soumis à une déformation contrôlée $\Delta \bar{\epsilon} = 0,7 \%$ avec ou sans prédéformation
- 51 Comparaison des courbes "contrainte-déformation" monotone et cycliques de l'acier 1018
- 52 Détermination graphique du coefficient d'écrouissage cyclique de l'acier 1018
- 53 Courbes exprimant la durée de vie de l'acier 1018 en fonction de la déformation totale et de la déformation plastique
- 54 Courbes exprimant la durée de vie de l'acier 1018 en fonction de la contrainte
- 55 Allure de la fonction programmée sans ou avec déformation moyenne
- 56 Détermination graphique du coefficient d'écrouissage cyclique de l'acier 1018 avec déformation moyenne
- 57 Courbes exprimant la durée de vie de l'acier 1018 en fonction de la déformation totale et plastique avec déformation moyenne
- 58 Courbe pression-déformation de l'acier 1018
- 59 Courbe exprimant la durée de vie de l'acier 1018 en fonction de la contrainte effective pour une valeur de $Q = \frac{\sigma_a}{\sigma_t} = -0,5$.
- 60 Enceinte de pression.

T A B L E A U X

- 1 Caractéristiques des servo-systèmes
- 2 Caractéristiques du Rotal
- 3 Récapitulatif des essais uniaxiaux cycliques sur l'Al-2024
- 4 Comparaison entre les formulations proposées et les essais sur
l'Al-2024
- 5 Récapitulatif des essais uniaxiaux cycliques sur l'acier 1018
- 6 Comparaison entre les formulations proposées et les essais sur
l'acier 1018
- 7 Essais biaxiaux sur l'acier 1018 : 1ère partie
- 8 Essais biaxiaux sur l'acier 1018 : 2ème partie
- 9 Variation du coefficient de fatigue en fonction du rapport des
contraintes
- 10 Caractéristiques mécaniques de l'aluminium 2024
- 11 Caractéristiques mécaniques de l'acier 1018

L I S T E D E S S Y M B O L E S

D	Coefficient de ductilité
E	Module d'élasticité
E_o	Coefficient de résistance
E_t	Module tangent
F	Force
$\mathcal{F}$	Fonction définissant la surface d'écoulement
G	Module de glissement
G', G"	Coefficients d'influence associés à la mesure des déplacements axial et angulaire
J_2	Second invariant du tenseur des contraintes
K	Module de compressibilité
K'	Coefficient d'effort cyclique
K_1, K_2, K_3	Coefficients associés à la déformation plastique cyclique, la déformation et à la contrainte
K'_1, K''_2, K'''_3	Coefficients associés aux déplacements axial, angulaire et radial
K_F, K_T, K_P	Coefficients associés aux capteurs de force, de torsion et de pression
L	Longueur finale de la portion de tube étudiée

L_0	Longueur initiale de la portion de tube étudiée
M_1, N_1	Coefficients associés aux déplacements axiaux élastique et plastique
N	Nombre de cycles
N_f	Nombre de cycles à rupture
P	Pression
Q	Valeur du rapport de la contrainte axiale sur la contrainte tangentielle
R	Valeur du rapport de la déformation minimale sur " - " la déformation maximale
RA	Coefficient de striction
$R_{ex.}$	Rayon extérieur initial de l'éprouvette
$R_{in.}$	Rayon intérieur initial de l'éprouvette
$R_m.$	Rayon moyen initial de l'éprouvette
S_f	Section finale de l'éprouvette
S_0	Section initiale de l'éprouvette
T	Couple de torsion
U_d	Energie de distorsion
V_F, V_T, V_0	Tensions associées à la force, à la torsion et à la pression
$V_{\Delta L_2}, V_{\Delta \theta}, V_{\Delta d}$	Tensions associées aux déplacements axial, angulaire et radial
W_f	Energie de rupture pour N cycles

b	Exposant de résistance à la contrainte cyclique
c	Exposant de résistance à la déformation cyclique
d	Diamètre initial de l'éprouvette
k', k''	Coefficients associés aux déformations axiale et angulaire
n	Coefficient d'écrouissage
n'	Coefficient d'écrouissage cyclique
n_1, n_2, n_3	Exposants expérimentaux de résistance à la déformation plastique cyclique, à la déformation cyclique et à la contrainte cyclique
s_{ij}	Tenseur du déviateur des contraintes
t	Épaisseur du tube
$\Delta \epsilon, \Delta \epsilon_p$	Amplitude de déformation totale et de déformation plastique
$\Delta L_z, \Delta \theta, \Delta d$	Accroissement des déplacements axial, angulaire et radial
ΔW	Energie de déformation plastique par cycle
ΔW_f	Energie à rupture pour 1/4 de cycle
σ	Contrainte
$\bar{\sigma}$	Contrainte effective
σ_A	Contrainte de charge
σ_a	Contrainte axiale
σ_f	Contrainte à rupture
σ_{fv}	Contrainte vraie à rupture

σ_0, σ_y Contrainte d'écoulement ou "limite élastique"

σ_t Contrainte tangentielle

σ_u Contrainte ultime

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ Contraintes principales

τ Contrainte de cisaillement

τ_{oct} Contrainte octaédrique

α, γ Exposants de résistance dans le cas d'essais en pression

γ_z Déformation angulaire

ϵ, ϵ_z Déformation exiale

$\bar{\epsilon}$ Déformation effective

$\epsilon_a, \epsilon_t, \epsilon_r$ Déformations axiale, tangentielle et radiale

ϵ_e Déformation élastique

ϵ_f Déformation à rupture

ϵ_{fv} Déformation vraie à rupture

ϵ_{ij} Tenseur du déviateur des déformations

ϵ_m Déformation moyenne

ϵ_p Déformation plastique

η Valeur du rapport de la déformation axiale sur la déformation tangentielle

ρ Valeur du rapport de la contrainte axiale sur la contrainte tangentielle.

I N T R O D U C T I O N

Bien que le comportement de matériaux soumis à des états de contraintes variant de façon cyclique soit d'un intérêt pratique assez considérable, l'étude d'une telle réponse dans le domaine plastique est, jusqu'à maintenant, assez limitée. En fait la majorité des études jusqu'à présent s'est bornée à des essais comportant des états de contraintes uniaxiales et ce, principalement à cause de la complexité de l'appareillage requis pour des essais dans le domaine multiaxial [1,2].

L'étude de la théorie de la plasticité est le fait d'investigations expérimentales. Les débuts datent de 1864 lorsque Tresca [3,4] proposa un critère basé sur la contrainte de cisaillement maximum. En 1870 Saint Venant et Lévy [5] avancèrent cette première théorie de la plasticité. C'est alors qu'en 1913 Von Mises [6] suggéra un deuxième grand critère basé sur l'énergie de déformation et en 1931 Taylor et Quinney [4] le vérifièrent pour un alliage d'aluminium et l'acier doux dans des essais traction-torsion. Pour Taylor et Quinney la limite proportionnelle est essentiellement une question de sensibilité d'instruments et non une propriété des matériaux.

Ces critères d'écoulement sont des lois définissant la limite élastique de matériaux soumis à une quelconque combinaison des sollicitations. La supposée fonction d'écoulement est liée à l'état des contraintes et des déformations ainsi qu'à l'histoire du chargement.

Les principales recherches mathématiques dans le domaine de la plasticité s'étalent de 1950 à 1960, principalement : Hill [4], Prager avec son modèle d'écrouissage cinématique [7, 8] et la modification de ce modèle due à Ziegler [9].

La théorie de glissement (existence d'un coin) fut développée par Batdorf et Budiansky [10], alors que l'hypothèse de normalité et de convexité est proposée par Drucker [11].

Depuis, quelques investigations expérimentales ont eu lieu afin d'informer ou de confirmer ces critères et hypothèses : Bertsch et Findley (1962) Mair et Pugh (1964) Miostkowski et Szczepinski (1965).

Plusieurs auteurs ont démontré l'importance du choix de la méthode de détermination expérimentale des surfaces d'écoulement, ce qui revient en quelque sorte à confirmer Taylor et Quinney [12], citons comme exemple Phillips et al [13] qui par des méthodes différentes parvient à des conclusions contradictoires, Williams et Svensson [14] qui tracent des surfaces d'écoulement pour différentes valeurs de déformation plastique, également Bertsch et Findley [15] , Dudderar et Duffy [16] Mebs et Mc Adams [17], Sierakowski et Phillips [18] et enfin Miastkowski [19] Marjonovic et Szczepinski [20] qui utilisent une éprouvette pour la détermination d'un seul point d'écoulement.

A cette première complexité, il faut ajouter les facteurs influents (état initial, température, vitesse d'essai...) pour lesquels les principaux chercheurs sont Nadai (1950) Timoshenko (1956) Lubahn (1961) Yokobori (1965). Cette étude est principalement consacrée à l'un de ces facteurs qu'est le mode de chargement. Il est évident que de telles expériences sont essentielles pour une meilleure formulation d'un modèle de comportement. L'objectif de ce travail est tout d'abord d'examiner expérimentalement l'effet de chargement répété sur la surface d'écoulement d'un alliage d'aluminium.

Une fois cette première étape achevée, l'étude portera davantage sur les problèmes de fatigue, c'est-à-dire la résistance du matériau soumis à des charges cycliques dans le domaine plastique (fatigue à courte durée de vie ou à bas cycle). L'intérêt est de trouver ou de vérifier les relations générales donnant la durée de vie en fonction de l'amplitude des contraintes ou des déformations.

Les premières données intéressantes font suite à des essais uniaxiaux. En 1960 Coffin propose une loi de fatigue [21] , suivi en 1965 par Manson [22] qui donne un compte rendu sur 29 matériaux, dans le même temps Morrow et Tuler [23] en se basant sur des considérations énergétiques proposent une autre formulation. Depuis, plusieurs chercheurs ont tenté de vérifier ces premières formulations qui tout en étant proches de l'expérience n'en sont pas pour autant tout à fait satisfaisantes [24], [25], [26].

Les essais en fatigue biaxiale amorcés en 1950 par Gough [27] , et en 1956 par Findley [28] connaissent un nouvel intérêt. Crosby [29] lors d'essais en traction-pression interne combinée sur un alliage d'aluminium se base sur le critère de la tension maximale, alors que plus récemment Mc Diarmid [30, 31] opte pour le critère de la contrainte de cisaillement maximum et Havard [32, 26] sur un critère de cisaillement modifié. Tous ces essais n'ont pas lieu sans investigations théoriques, c'est ainsi qu'Ellyin [33, 34] calcule une loi générale à partir d'une théorie de Nadai.

Les difficultés d'une formulation de la fatigue biaxiale résultent de la méconnaissance de la contrainte ou de la déformation équivalente aux différentes contraintes ou déformations exercées dans différentes directions . De nombreux auteurs supposent que cette contrainte ou déformation équivalente suive la théorie de Von Mises [26, 35, 36, 37] .

Le but de ce travail est de donner les grandes lignes sur différentes méthodes permettant une évaluation de la résistance de matériaux (plus particulièrement de l'aluminium 2024 et de l'acier 1018) soumis à des cycles de fatigue à basse fréquence.

L'équipement utilisé est sommairement présenté. L'instrumentation conçue spécialement pour ce travail est décrite plus en détails. Les méthodes de mesure et de contrôle sont également définies. Contrairement à certaines études antérieures, le choix des méthodes de travail a imposé l'équipement tant de contrôle que de mesure. C'est ainsi que les contrôles de sollicitations et de déformations sont comparés et critiqués, que les mesures de charges et de déplacements sont enregistrées avec la possibilité de les emmagasiner sur bande magnétique compatible avec l'ordinateur.

Ce travail inclut la discussion de l'effet de chargement cyclique pour les deux possibilités de contrôle (sollicitations ou déformations) et des courbes monotone et cycliques (contrainte-déformation). Les courbes cycliques contrainte-déformation obtenues de deux manières totalement différentes sont comparées. La première de ces méthodes consiste à utiliser une éprouvette pour chaque valeur de contrôle ; dans un contrôle comme dans l'autre cela nécessite un minimum de six à huit éprouvettes. La deuxième méthode demande une seule éprouvette testée à des amplitudes différentes suivant une variation définie.

A la suite de ces discussions, les résultats expérimentaux sont interprétés et comparés aux expressions mathématiques antérieurement fournies. Les tests ont lieu sur deux matériaux dont la réponse aux chargements cycliques est totalement différente, et ceci dans le but de tenter une généralisation des expressions mathématiques.

Cette différence de comportement et principalement l'instabilité remarquable de l'acier 1018 lors d'essais cycliques, rend impossible une analyse parallèle. Toutefois des approches similaires sont employées pour les deux matériaux ; le comportement de l'aluminium permet l'analyse par l'étude des surfaces d'écoulement. Son comportement fait ressortir la présence d'un état de référence ou état stable. La comparaison des surfaces d'écoulement

à cet instant particulier avec celle de l'état initial permet de définir les phénomènes d'écrouissage. La définition de telles surfaces est donnée en détails dans le texte. L'analyse du comportement des deux matériaux est basée principalement sur les variations de la limite de vie et de la déformation plastique.

Ce travail ne représente qu'une ébauche d'une étude exigeant un très grand nombre d'essais afin d'éliminer les doutes occasionnés par certaines conditions initiales encore mal définies et qui représentent parfois des paramètres influents.

1000 - PRELIMINAIRES

Les métaux sont composés de grains cristallins ayant différentes propriétés dans différentes directions cristallographiques. En général, les grains cristallins sont si petits que, pour un quelconque volume macroscopique les matériaux sont statiquement homogènes et isotropes. Cependant, quand les métaux sont sérieusement déformés dans une direction particulière, leurs propriétés mécaniques peuvent s'en trouver d'autant modifiées.

1100 - COMPOTEMENTS ELASTIQUE ET PLASTIQUE

Un solide qui recouvre ses dimensions originales après un chargement suivi du déchargement a connu un comportement élastique. Un solide qui est définitivement déformé après le même cycle a connu un comportement plastique. C'est entre les deux que se situe la limite élastique. Les déformations élastiques peuvent être si petites qu'elles requièrent des instruments de mesure sensibles. Dans le cas de comportement plastique, il n'y a plus de relation simple entre les tenseurs contraintes et déformations.

1200 - RELAXATION ET FLUAGE

Lors de l'expérience de traction à vitesse constante, si la mise en charge est arrêtée en conservant la déformation acquise constante, la tension diminue rapidement puis lentement. C'est le phénomène de relaxation.

Lors d'une expérience similaire, si la mise en charge est arrêtée et maintenue constante, la déformation continue à croître rapidement puis lentement. C'est le phénomène de fluage.

1300 - INFLUENCE DES CONDITIONS D'ESSAIS

. L'état initial du matériau est un facteur très important et par conséquent il est nécessaire de le définir. Un écrouissage préalable vient en déduction de la capacité totale de plasticité.

. La température d'essai qui agit sur la fragilité (par son inverse) et permet de déterminer deux catégories d'essais : à température ambiante et à haute température.

. La vitesse d'essai influe sur la fragilité du matériau et intervient autant dans un essai statique que dynamique.

Ce sont les principaux facteurs qu'il est nécessaire de préciser avant de parler de plasticité.

1400 - EFFET BAUSCHINGER (Fig. i)

Cette propriété est aisément relevée dans le cas d'un essai traction-compression. Lors d'un chargement positif à vitesse constante dans le domaine plastique (point A) suivi d'un déchargement (point O') et d'un nouveau chargement positif (point A') l'acier devient plus résistant ; et si, à la place d'un nouveau chargement positif, l'acier subit un chargement négatif (point A'), il est trouvé moins résistant.

1500 - CRITERES DE PLASTICITE

Le critère d'écoulement plastique se représente aisément dans le système de coordonnées formé par les trois directions principales de la contrainte par une surface S. Celle-ci s'exprime analytiquement au moyen d'une fonction

$$F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0 \quad ,$$

si le matériau est isotrope F est symétrique par rapport aux trois coordonnées $\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \sigma_3$.

La limite d'écoulement plastique désigne un état de contrainte dont le point représentatif est situé sur S. Si ce point représentatif se trouve à l'intérieur de S, l'état de contrainte est un état de déformation élastique. La surface d'écoulement enferme la région élastique pure et elle est elle-même, entièrement enfermée par la surface de charge. Le point représentant l'état actuel se trouve toujours sur la

surface de charge sauf s'il est à l'intérieur de la surface d'écoulement. Les principaux critères d'écoulement sont ceux de Coulomb, Tresca et de Von Mises. Le premier est basé sur des constatations expérimentales [*] qui établissent que l'écoulement plastique se produit lorsque la cisssion expérimentale maximale atteint une valeur critique. Le second critère, celui de Von Mises, est basé sur des conditions de simplifications mathématiques et établit que la fonction $\mathcal{F}$ est telle que le second invariant ait une valeur critique. En exprimant l'écoulement plastique comme étant une fonction du second invariant J_2 , le critère de Von Mises possède plusieurs significations physiques en particulier la cisssion octaédrale.

$$\tau^2 \text{ oct} = \frac{2}{3} J_2$$

et l'énergie de distorsion élastique $U_d = \frac{1}{2G} J_2$

1600 - THEORIES DE BASE SUR L'ECROUISSAGE

Les matériaux rigides parfaitement plastiques et élastiques parfaitement plastiques ont un pouvoir de consolidation très limité contrairement à un matériau élasto-plastique. Les principaux modèles d'écrouissage sont isotrope ou cinématique avec ou sans formation de coin sur les surface d'écoulement.

L'écrouissage isotrope se traduit par une expansion uniforme de la surface d'écoulement initiale. L'argument le plus sérieux contre cette théorie est qu'elle ne tient pas compte de l'effet Bauschinger (voir Figure ja)

L'écrouissage cinématique se traduit par un déplacement de la surface initiale dans la direction du chemin de chargement sans modification de la forme et des dimensions de la surface initiale. (voir figure jb).

[*] Jaoul B., "Etude expérimentale de la plasticité et application aux métaux"
Editions Dunod, 1965.

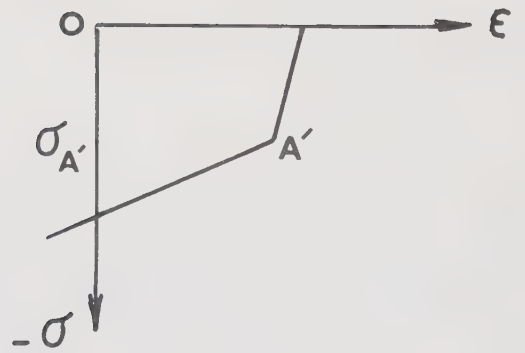
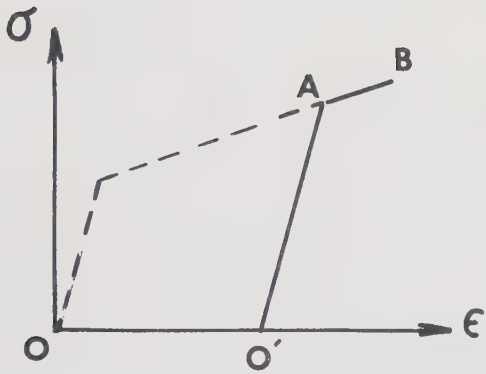
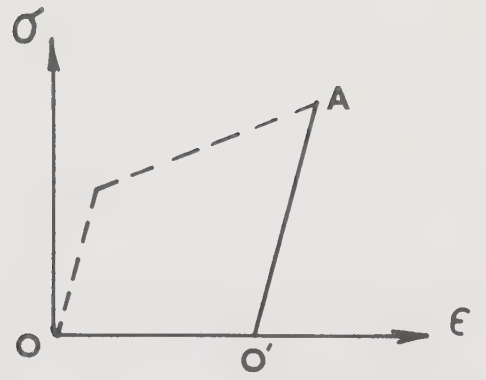
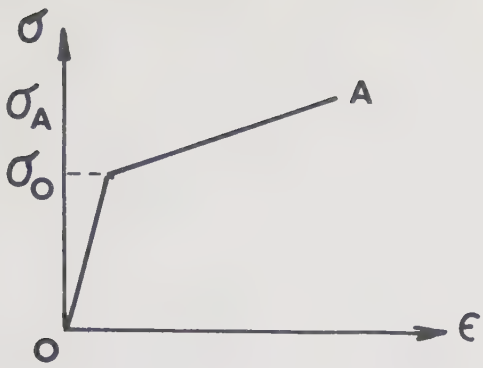


Figure i : Effet Bauschinger

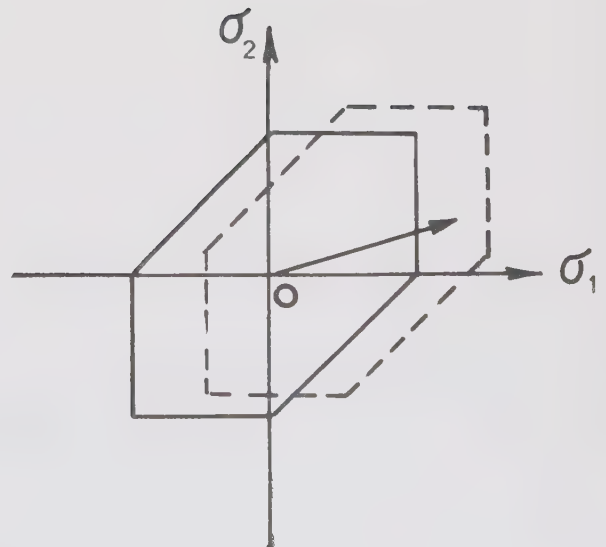
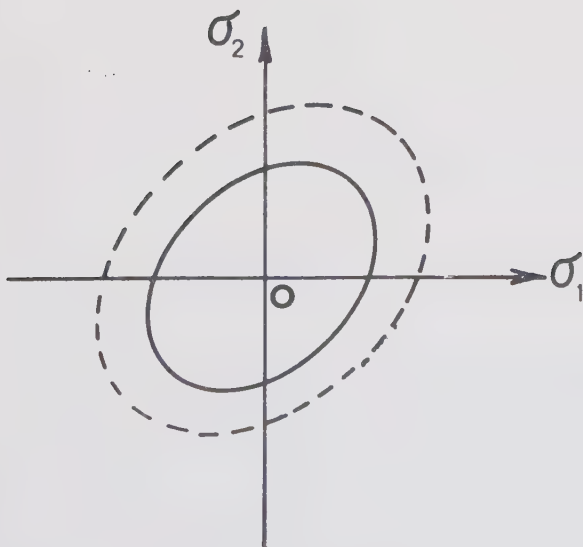


Figure j_a : Ecrouissage isotrope

Figure j_b : Ecrouissage cinématique

2000 - ESSAIS

Les expériences ont pour but de fournir une base de travail sur l'étude du comportement d'un matériau choisi. Les chances de réussir sont en très grande partie fonctions de la précision du spécimen testé, de l'appareillage de contrôle, de mesure et d'acquisition des données. Il importe également de choisir une progression réfléchie dans les essais.

2100 - DEFINITION DES ESSAIS

Quel que ~~soit~~ le matériau expérimenté, la progression est identique. De plus, à chaque étape il existe une certaine répétition vu la décision d'exécuter le test par un contrôle de sollicitations et un de déformations.

Le programme d'essais suit les principales étapes ci-après :

- essais statiques
- essais dynamiques
- détermination de la surface d'écoulement initiale
- chargement cyclique
- détermination des surfaces d'écoulement consécutives
- chargement jusqu'à rupture

Remarques :

Les deux premières étapes de ce programme forment des essais préliminaires ; les quatre dernières ont lieu sur une même éprouvette pour un contrôle et un chargement donnés.

Lors de l'étude en fatigue, l'éprouvette ne sera soumise qu'au chargement cyclique jusqu'à rupture.

2110 - Essais statiques

Ces essais permettent d'obtenir les premières caractéristiques du matériau, en particulier le module d'élasticité et le module de glissement. La courbe contrainte-déformation révèle le voisinage de la limite de proportionnalité décelable et donne une indication quant à la facilité de déterminer le point d'écoulement. De cette même courbe sont déterminées les régions pour lesquelles le chargement cyclique peut avoir lieu.

2120 - Essais dynamiques

L'allure de la fonction cyclique n'est pas choisie au hasard, en effet il est important de savoir si le matériau étudié est sensible au phénomène de fluage ou de relaxation. La fonction choisie dans ces essais est une sinusoïde.

Le chargement cyclique est centré sur $\sigma = 0$ ou $\epsilon = 0$ suivant le choix du contrôle. En appelant σ la contrainte axiale et τ la contrainte de cisaillement, ϵ la déformation axiale et γ la déformation de cisaillement, les quantités suivantes peuvent être introduites

$$\rho = \frac{\sigma}{\tau} \quad \rho = 0 ; 1/2 ; 1 ; 2 ; \infty .$$

$$\eta = \frac{\epsilon}{\gamma} \quad \eta = 0 ; 1,25 ; 2,5 ; 5 ; \infty .$$

A $\rho = 0$ et $\rho = \infty$ correspond respectivement un chargement en torsion pure et tension pure en contrôle de sollicitations

A $\eta = 0$ et $\eta = \infty$ correspond respectivement un chargement en torsion pure et tension pure en contrôle de déformations.

De plus les définitions conventionnelles suivantes sont acceptées (critère de Von Mises) :

$$\bar{\sigma} = (\sigma^2 + 3 \tau^2)^{1/2} \quad \bar{\epsilon} = \left(\frac{3 \epsilon^2 + \gamma^2}{3} \right)^{1/2}$$

$\bar{\sigma}$ et $\bar{\epsilon}$ étant respectivement la contrainte effective et la déformation effective.

L'essai monotone est une étape essentielle avant d'étudier le comportement d'un matériau soumis à un chargement dynamique. Celui-ci est mené jusqu'à rupture en passant parfois par un état particulier appelé "état stable". Ce dernier est décrit plus en détails dans la partie suivante, intitulée "Résultats". C'est à cet instant précis que sont déterminées les surfaces d'écoulement consécutives.

2130 - Surfaces d'écoulement

Une surface d'écoulement est une surface qui sépare le domaine élastique du domaine plastique. C'est le lieu des points d'écoulement suivant différentes directions c'est-à-dire pour divers rapports de sollicitations ou de déformations.

Plusieurs définitions afin de déterminer le point d'écoulement ont été proposées depuis une déformation permanente universellement acceptée de 0,2 % en passant par l'extrapolation de Lode, à une valeur déterminée du module tangent ou une valeur fixée de la déformation permanente. (fig.1)

Dans ces expériences, l'écoulement est défini comme étant la limite de la réponse élastique. La procédure utilisée dans le cas d'un essai uni-axial est la suivante (il en est de même dans le cas d'un essai multi-axial). La courbe de réponse du matériau est tracée dans l'espace charge-déformation apparente. Le chargement est suivi du déchargement et le point de charge est différent du point d'écoulement. Ce dernier est défini comme étant l'intersection de la ligne d'élasticité et la ligne de la région plastique se trouvant immédiatement après la déviation (point Q sur la figure 1).

L'établissement de l'importance de cette région plastique est tiré de la relation $\epsilon^P = \epsilon - \epsilon^E$ où suivant la loi de Hooke

$$\epsilon^P = \epsilon - \frac{\sigma}{E} .$$

Une instrumentation adaptée fournit à chaque instant la valeur de ϵ^P (nulle à l'état élastique) qui en tenant compte d'une zone d'incertitude liée à la lecture de la charge et de la déformation ne doit pas dépasser une valeur de 20×10^{-6} .

Cette déformation permanente pouvant être considérée comme minime, une seule éprouvette sert à tracer une surface d'écoulement. Dans ces essais une seule éprouvette est également utilisée pour déterminer la surface initiale et deux surfaces consécutives. Une pénétration trop avancée dans le domaine plastique détruirait l'état initial du matériau.

La surface est tracée dans l'espace des contraintes, par conséquent chaque rapport de contraintes ou de déformations détermine un point de cette surface dans cette même direction. Afin d'éviter des problèmes d'hystérésis et de limiter l'effet Bauschinger, une progression stricte dans le choix des directions est décidée (fig.2). Dans le cas de contrôle de déformations le rapport de celles-ci ne correspondra pas au rapport des contraintes. Lors du tracé des surfaces d'écoulement dans l'espace des contraintes les points ne seront pas uniformément répartis (fig.3).

En effet lors du chargement cyclique et dans le cas de contrôle de sollicitations les points d'arrêt de charge correspondent aux valeurs de contraintes nulles, soient les points A ou B (fig.4). Le point A est le point auquel est rattaché la première surface d'écoulement consécutive. Le point B, obtenu après un demi-cycle de chargement après A, est lié à la deuxième surface d'écoulement consécutive. Lors du contrôle des déformations, les points d'arrêt du chargement cyclique sont les points de déformation nulle A' et B' (fig.5).

Les surfaces consécutives Γ_{SA} - Γ_{SB} - $\Gamma_{DA'}$ - $\Gamma_{DB'}$, représentent respectivement les surfaces d'écoulement en contrôle des sollicitations liées en A et B et les surfaces d'écoulement en contrôle des déformations liées en A' et B'. Ces surfaces sont rattachées à la surface d'écoulement initiale pour une même éprouvette.

2140 - Chargement cyclique

Après la détermination de la surface d'écoulement initiale, le matériau est soumis à un chargement cyclique en contrôle de sollicitations ou de déformations pour une valeur de contrainte équivalente ou une valeur de déformation choisie ($\Delta\bar{\sigma}$ ou $\Delta\bar{\epsilon}$) et selon une direction donnée par la valeur du rapport des contraintes ($\rho = \frac{\sigma}{\tau}$) ou des déformations ($\eta = \frac{\epsilon}{\gamma}$). Pour plus de détails voir dans ce chapitre le paragraphe intitulé "Essais dynamiques".

2150 - Rupture

Le chargement cyclique est repris après la détermination de la deuxième surface consécutive d'écoulement jusqu'à la rupture par fatigue. La fin de chaque test fournit la limite de vie de l'éprouvette pour un chargement cyclique défini par sa direction et son amplitude. L'acquisition de telles données permet l'étude du matériau en fatigue pure, c'est-à-dire l'étude du cyclage en supposant que l'endommagement par fluage est négligeable.

3000 - EQUIPEMENT

3100 - MACHINE D'ESSAI

La configuration générale de la machine traction-torsion est représentée par la figure 6.

Deux colonnes verticales sont encastrées dans trois sommiers horizontaux assurant une rigidité totale. Le sommier supérieur supporte la cellule de charge axiale et la cellule de couple, séparées : l'une de l'autre par un plateau de découplage, de telle façon que la cellule de charge axiale ne subisse aucun moment de torsion. Au sommier intermédiaire est fixé le vérin hydraulique linéaire dont l'axe de l'arbre est aligné avec celui des cellules. Un plateau guidé sur les deux colonnes, toujours dans le but de découpler la traction de la torsion, maintient le vérin rotatif. De ce plateau guidé au sommier inférieur est installé un système de mesure du déplacement total du vérin linéaire (L.V.D.T). Les axes des cellules de charge, des vérins hydrauliques et ceux du système de mesure du déplacement sont parfaitement alignés.

Le choix dimensionnel de l'ensemble permet de négliger les déformations de chacune des parties.

3200 - COMMANDE ASSERVIE

La commande asservie a fait, pour l'avancement des essais beaucoup plus que tout autre conception, parce qu'elle permet un contrôle très précis des forces et des positions. Fondamentalement la commande asservie est une méthode automatique de contrôle d'un système hydraulique. Elle rassemble les éléments suivants (fig.7) :

- panneau de commande avec sélecteur de contrôle
- programmeur
- régulateur d'asservissement
- un ensemble vérin hydraulique
- un capteur

Le signal d'entrée est amplifié par le régulateur puis dirigé à l'ensemble vérin. La servo-valve détermine la quantité de fluide dirigée vers l'une ou l'autre face du vérin afin que ce dernier applique les forces ou les déplacements demandés. Un capteur engendre un signal électronique de retour que le régulateur compare au signal programmé.

La commande asservie permet de suivre n'importe quelle forme de signal, le choix du capteur détermine la nature du contrôle (force, déplacement, déformation...).

Une part importante de la mise en route est constituée par une calibration et une mise au point de chacun des systèmes et plus particulièrement la vérification de la calibration des capteurs de mesure et de contrôle avant chaque essai.

3300 - CONTROLES

Le choix des capteurs détermine la nature du contrôle. C'est ainsi que les cellules de charge axiale et de couple permettent un contrôle de sollicitations, et un extensomètre autorise un contrôle des déformations.

Dans le cas d'un essai traction-torsion, le contrôle de l'une et de l'autre des sollicitations, ou de l'une, et de l'autre, des déformations est réalisé par l'emploi de régulateurs d'asservissement indépendants (fig.8). L'indépendance de ceux-ci a été justifiée lors

de l'étude de l'acier C-1018. En effet les deux contrôles (solllicitations et déformations) furent imposés par le comportement du matériau au cours des premiers cycles pour lesquels seul le contrôle des déformations était efficace.

3310 - Contrôles de sollicitations

3311 - Force axiale :

A la cellule de charge C_c dont les caractéristiques sont données dans le tableau 1, est associé un coefficient K_F tel que

$$V_F = K_F F$$

Ce signal de sortie sera comparé au signal programmé V_{F_t}

3312 - Couple de torsion :

A la cellule de torsion C_T dont les caractéristiques sont données dans le tableau 1, est associé un coefficient K_T tel que

$$V_T = K_T T$$

Ce signal de sortie sera comparé au signal programmé V_{T_t}

3313 - Pression :

Au régulateur de pression dont les caractéristiques sont données dans le tableau 1, est associé un coefficient K_p tel que

$$V_p = K_p P$$

Ce signal de sortie sera comparé au signal programmé V_{p_t} .

3320 - Contrôle de déformations

Un instrument de mesure à ponts de jauges dont les caractéristiques sont inscrites dans le tableau 2 permet la lecture découplée de l'allongement et de la rotation d'une longueur de référence de l'éprouvette utilisée.

3321 - Déformation axiale :

A la mesure de l'allongement on associe le coefficient K'_1 tel que :

$$V_{\Delta L_z} = K'_1 \Delta L$$

3322 - Déformation angulaire :

A la mesure de rotation on associe le coefficient K''_2 tel que :

$$V_{\Delta \theta} = K''_2 \Delta \theta$$

3323 - Déformation radiale :

A la mesure de gonflement on associe le coefficient K'''_3 tel que :

$$V_{e\theta} = K'''_3 \Delta d$$

3324 - Déformations plastiques :

Le régulateur d'asservissement reçoit le signal d'un des capteurs de charge ou de déformations. Le contrôle direct des déformations plastiques n'est pas possible ; en effet, durant l'état élastique, le signal est nul. Toutefois la valeur de la déformation plastique désirée est programmée à un détecteur électronique de limite (fig.9) et ce dernier donne l'ordre de cesser la mise en charge sitôt la valeur

atteinte. Deux détecteurs de limites (supérieure et inférieure) permettent le contrôle de chargement cyclique. Ce type de contrôle est particulièrement intéressant car les dommages de fatigue et les modifications au niveau des cristaux sont étroitement associées aux déformations plastiques.

La calibration des divers capteurs de charges ou de déformations détermine les coefficients K_F , K_T , K'_1 , K''_2 et K'''_3 .

4000 - INSTRUMENTATION

Les types d'essais envisagés imposent la conception de différents systèmes de mesure. Les essais uniaxiaux demandent la réalisation d'un simple extensomètre ; l'utilisation du "Rotal" donne entière satisfaction pour les essais traction-compression et torsion simultanées alors que les essais traction-compression-torsion-pression interne-pression externe exigent un nouvel instrument plus compact [*] .

Pour chacun des essais, les déformations axiale et angulaire sont prises sur une longueur dite longueur de référence.

4100 - CRITERES DE CHOIX

La conception de chacun des instruments de mesure répond aux qualités suivantes :

- sensibilité, précision, fidélité, linéarité
- mesures traduites en tensions électriques
- montage rapide sans démonter l'éprouvette
- calibration rapide et précise.

4200 - L'EXTENSOMETRE

L'allongement axial est traduit par la déformation de la lame flexible. Un pont de résistances collées sur cette lame transforme la déformation en un signal électrique (voir appendice B). Le système en est représenté à la figure 10.

Après conditionnement du signal, $V_{\Delta L} = K'_1 \Delta L_z$

[*] Tous les instruments de mesure des déformations ont été conçus et réalisés par le laboratoire.

Un écarteur permet de revenir au même état initial après chaque essai ; il est désassemblé après montage sur l'éprouvette et lors de la rupture de celle-ci, il limite les déformations qui entraîneraient des dégâts irréversibles sur l'extensomètre, dus à la plasticité.

Le corps de l'instrumentation comporte deux lames d'appui dont les tranchants sont maintenus en contact avec l'éprouvette par l'intermédiaire de deux pièces de fixation qui ont toute liberté de rotation autour de deux couteaux d'appui.

4300 - LE ROTAL

Comme son nom l'indique cet instrument mesure simultanément la rotation et l'allongement de l'éprouvette. Après avoir donné de très bons résultats en essais statiques [*], il se révèle absolument compatible à des programmes dynamiques.

Le problème à résoudre est de mesurer

- une déformation axiale $\epsilon_z = \frac{\Delta L_z}{L_0}$ avec $\Delta L_z = L - L_0$
- une déformation angulaire $\gamma_{z\theta} = \frac{\pi R_{ex} \Delta\theta}{180 \times L_0}$

L_0 : longueur de référence

$\Delta\theta$: angle de rotation en degrés

R_{ex} : rayon extérieur initial

L'ordre de grandeur des déformations permet de supposer que les mesures de ΔL_z et $\Delta\theta$ suffisent à déterminer ϵ_z et $\gamma_{z\theta}$ en tenant compte que :

[*] "Détermination expérimentale des surfaces d'écoulement du titane 50 A"

Première partie : Instrumentation par F. Ellyin et J.P. Grass.

$$\epsilon_z = k' \Delta L_z$$

$$\gamma_{z\theta} = k'' \Delta \theta$$

Afin de faciliter l'analyse, la base inférieure S_1 du cylindre de référence est considérée fixe et la base supérieure S_2 du même cylindre se déplace par rapport à S_1 de ΔL_z et $\Delta \theta$ (grandeurs à mesurer). Au niveau de chacune de ces sections est maintenu serré, par l'intermédiaire de deux pointeaux diamétralement opposés, un cadre que deux guides maintiennent horizontal (fig.11). Les pointeaux écartés de la longueur de référence L_0 se trouvent sur une même génératrice. Une entretoise amovible replace entre chaque essai, les pointeaux dans leur position initiale exacte ; la simultanéité des mesures d'allongement et de rotation rend impossible la liaison de ces deux cadres par des parties rigides ou flexibles. L'allongement et la rotation correspondant à des flèches de lames flexibles sont transmises par des fils très fins à haute résistance. Sur chacune des lames, quatre résistances forment un pont de Wheatstone .

Après conditionnement du signal :

$$V_{\Delta L} = K'_1 \Delta L_z$$

$$V_{\Delta \theta} = K''_2 \Delta \theta$$

Les lames à l'état initial sont pré-tendues afin que tout déplacement (positif ou négatif) soit intégralement transmis.

4310 - Rotal compact

La conception de l'enceinte de pression (par le laboratoire) impose des restrictions de volume ; c'est ainsi que le Rotal est repris afin d'obtenir un nouvel instrument d'une hauteur trois fois moindre.

Si le procédé reste le même, le mode de fixation sur l'éprouvette change considérablement. Au niveau de chacune des sections S_1 et S_2 , trois pointeaux montés à 60° remplacent les deux pointeaux diamétralement opposés ainsi que les

guides . Afin de suivre l'évolution des déformations radiales, deux des pointeaux sont montés sur ressort (fig.12)

4400 - MESURE DE LA DEFORMATION RADIALE ("L'EXPANSOMETRE")

Cet instrument d'une simplicité remarquable consiste en une lame élastique demi-circulaire, supportant quatre jauges en son milieu, et munie de deux pointeaux diamétralement opposés, venant appuyer sur deux pastilles collées sur l'éprouvette (fig.13).

Après conditionnement du signal :

$$V_{e\theta} = K_3''' \Delta d$$

Remarques

La décision en cours d'essai d'abandonner le système de mesure britannique et d'utiliser le système de mesure international a pour principales conséquences la modification des instruments de mesure :

- l'extensomètre est entièrement redessiné (fig.14)
- une nouvelle calibration, et des cellules de charge et des instruments de mesure, s'avère nécessaire.

5000 - CALIBRATION

5100 - CALIBRATION DES INSTRUMENTS DE MESURE

Les mêmes procédés sont utilisés pour la calibration de chacun des instruments de mesure (extensomètre et Rotal). Le principe consiste à fixer l'instrumentation sur une éprouvette sectionnée en son milieu ; le déplacement de la partie supérieure par rapport à la partie inférieure simule les déformations au cours d'un essai. La commande asservie permet le contrôle du déplacement axial par un capteur à transformateur différentiel linéaire (L.V.D.T) et le contrôle de rotation par un capteur à potentiomètre de précision.

5110 - Déplacement axial

La lecture de $V_{\Delta L_z}$ donnée par l'instrument de mesure est comparée à celle du déplacement de l'arbre du vérin auquel est fixé un comparateur d'une très haute précision (une division = $2,5 \mu$) (fig. 15a). Le gain K'_1 est ainsi déterminé :

$$V_{\Delta L_z} = K'_1 \Delta L_z$$

5120 - Déplacement angulaire

La lecture de $V_{\Delta \theta}$, donnée par l'instrument de mesure est comparée à la lecture de la rotation de l'arbre du vérin auquel est fixé un miroir réfléchissant un rayon laser. En effet une source optique émet un rayon laser en direction du miroir et le rayon réfléchi est projeté sur un ruban gradué (fig. 15a - 15b). Le gain K''_2 est ainsi déterminé

$$V_{\Delta \theta} = K''_2 \Delta \theta$$

5130 - Déplacement radial

La calibration de "l'expansomètre" est réalisée sans l'aide de la machine de contrôle mais uniquement au moyen d'un micromètre, lequel crée une variation de l'ouverture de l'instrument ; cette dernière se traduit par un signal électrique (fig.13b).

Le gain K''' est ainsi déterminé : $V_{e\theta} = K''' \frac{\Delta d}{3}$

Remarque

Une résistance de précision dite résistance de calibration, montée en parallèle sur un bras du pont de jauges du capteur, crée une tension de déséquilibre. Cette méthode permet une vérification rapide des circuits d'amplification et de mesure.

5140 - Evaluation de l'influence allongement rotation

Les relations s'écrivent :

$$V_{\Delta L_z} = K'_1 \Delta L_z + G' \Delta \theta$$

$$V_{\Delta \theta} = K''_2 \Delta \theta + G'' \Delta L_z$$

Les coefficients d'influence G' et G'' sont obtenus expérimentalement. Cela revient à comparer la valeur de $V_{\Delta L}$ pour un $\Delta \theta$ quelconque à la valeur $V_{\Delta L}$ pour $\Delta \theta = 0$, ainsi que comparer la valeur de $V_{\Delta \theta}$ pour un ΔL quelconque à la valeur $V_{\Delta \theta}$ pour $\Delta L = 0$.

Il est par conséquent possible d'obtenir la valeur réelle de $V_{\Delta L_z}$ et de $V_{\Delta \theta}$.

5200 - CALIBRATION DES CELLULES DE CHARGE

5210 - Cellule de charge axiale

La lecture de V_F donnée par le capteur de force est comparée à la valeur obtenue par l'utilisation d'un anneau torique placé entre le capteur et la tête de l'arbre du vérin hydraulique linéaire.

Le gain K_F est ainsi déterminé

$$V_F = K_F F$$

5220 - Cellule de torsion

Un ensemble bras (fixé au capteur de couple) et poulies (montées sur les colonnes de la machine d'essai) sert à engendrer un couple à la cellule de torsion. La valeur de ce couple est comparée à la lecture fournie par le capteur.

Le gain K_T est ainsi déterminé

$$V_T = K_T T$$

Remarque

La méthode de résistance de calibration est également utilisée afin de vérifier l'état des capteurs et la valeur des gains K_F et K_T .

5300 - CALIBRATION DU SYSTEME DE DETECTION DE NON-PROPORTIONNALITE (réalisé par le laboratoire)

Un amplificateur opérationnel (fig.16) permet de traiter une fonction telle que

$$\varepsilon_z^p = \varepsilon_z - \varepsilon_z^e$$

En effet dans le cas d'un essai axial (ceci est vrai dans tous les cas)

à ϵ_z correspond $V_{\epsilon_z} = N_1 V_{\Delta L}$ $N_1 = \text{constante}$

à ϵ_z^e correspond $V_{\epsilon_z^e} = M_1 V_F$ $M_1 = \text{constante dépendant du matériau ou de son état}$

La seule calibration se fait sur M_1 afin d'avoir, lors de l'état élastique :

$$M_1 = \frac{N_1 V_{\Delta L}}{V_F}$$

Cette calibration aura lieu également en cours d'essai puisque la valeur du module d'élasticité, comme nous le verrons plus loin, augmentera en fonction du temps. Cette dernière calibration n'est pas négligeable puisque de la précision de la détection de la non proportionnalité dépend l'allure et la comparaison des surfaces d'écoulement.

Remarque

La figure 17 présente la portion de tube testé avec la notation des sollicitations et des déformations.

6000 - ENREGISTREURS

L'enregistrement graphique ou numérique nécessite l'emploi d'un matériel assez conséquent.

6100 - ENREGISTREMENT GRAPHIQUE

A chaque axe de contrôle (chargement ou déformation) est relié un enregistreur X - Y permettant le tracé des courbes contrainte-déformation lors du chargement cyclique. Les mêmes enregistreurs autorisent le tracé Y-t lors de la recherche du point d'écoulement.

X : déformation totale
Y : sollicitation
t : temps.

De plus l'utilisation d'enregistreurs à rouleau permet la visualisation des déformations plastiques (toujours nulles dans le domaine élastique) et par là-même la détection du point de non-linéarité (apparition de déformation plastique)

X : déformation plastique
t : temps

6200 - ENREGISTREMENT NUMERIQUE

La chaîne électronique comprend :

- un échantillonneur (cycle automatique et rapide)
- un convertisseur analogue-digital
- une enregistreuse magnétique rassemblant les informations suivantes :
 - . l'heure du début de chaque cycle de lecture
 - . le numéro du canal lu
 - . la mesure avec son calibre.

Un programme permet le traitement des données sur ordinateur.

Tous ces enregistrements permettent d'apprécier, à chaque instant, les réactions du matériau testé.

7000 - EPROUVETTE

7100 - CHOIX DES DIMENSIONS

Les essais uniaxiaux et les essais tension-torsion combinés imposent deux types d'éprouvette. Les premiers essais utilisent des éprouvettes solides (fig.18 et 21), alors que des éprouvettes tubulaires sont employées dans le cas de torsion (fig.19). Pour ce dernier cas, la déformation n'étant pas homogène (nulle sur l'axe et maximale à la périphérie), l'emploi de tubes à paroi mince est justifié. Pour les essais compression et/ou torsion l'apparition de flambage est à craindre, par conséquent le choix du rapport diamètre-longueur est capital ainsi que le rapport diamètre à fond de filet et diamètre étudié.

Les deux types d'éprouvette sont usinés à partir d'une même barre de 38 mm en prenant soin que les éprouvettes solides soient prises à un niveau équivalent à l'épaisseur du tube (fig.20).

Une grande attention est apportée lors de l'usinage des tubes, principalement à l'état de surface. Les tubes sont meulés intérieurement et extérieurement pour ensuite être polis afin de supprimer toute amorce de rupture prématurée. Chaque éprouvette est numérotée, ensuite mesurée sur trois diamètres différents (intérieur et extérieur pour les tubes), certaines éprouvettes sont rejetées et après rupture chacune d'entre elles est conservée afin d'autoriser certains examens postérieurs tels que striction, zone de rupture et éventuellement examen microscopique.

Remarque

En cours d'étude les dimensions subissent des changements mineurs mais aux conséquences importantes à savoir le passage

du système britannique au système international ce qui permet d'obtenir une même section pour les éprouvettes solides et les tubes (100 mm^2).

7200 - CHOIX DU MATERIAU

Certains critères ont influencé le choix de l'aluminium Al 2024 T 351 et de l'acier doux 1018 :

- leur tendance à l'écrouissage
- leur utilisation dans l'industrie mécanique
- les essais réalisés sur des matériaux similaires quoique quelque peu différents.

L'aluminium 2024 est peut être le plus connu et le plus utilisé dans l'aviation. Cet alliage dans la série 2000 supporte et bénéficie des traitements thermiques.

7300 - TRAITEMENTS THERMIQUES

Afin de minimiser les contraintes internes dues à la fabrication et de simplifier le phénomène de "l'histoire des contraintes" un recuit sur chacun des deux matériaux est nécessaire.

Aluminium 2024 T 351	aucun pour la plupart des éprouvettes 345° pendant 30 minutes, refroidissement au four.
Acier 1018	870° pendant 30 minutes, refroidissement au four.

7400 - PROPRIETES MECANIQUES ET PHYSIQUES DE L'ALUMINIUM AL 2024 T 351

Les propriétés mécaniques sont résumées dans le tableau 10.

Analyse chimique	S _i	0,25 %
	C _u	3,99 %
	F _e	0,32 %
	M _n	0,61 %
	Z _n	0,067 %
	M _g	1,49 %
	N _i	trace

7500 - PROPRIETES MECANIKES ET PHYSIQUES DE L'ACIER 1018

Les propriétés mécaniques sont résumées dans le tableau 11.

Analyse chimique	C	0,218 %
	S _i	0,018 %
	M _n	0,73 %
	P	0,020 %
	S	0,032 %
	C	0,026 %
	M _o	0,06 %

7600 - MONTAGE ET FIXATION

7610 - Cas de l'éprouvette solide

L'éprouvette à extrémités filetées convient parfaitement aux types d'essais envisagés (monotone et cyclique uniaxial). L'alignement de l'éprouvette suivant l'axe de la cellule de charge et l'axe du vérin linéaire est assuré par un centreur. Un écrou est bloqué à chaque extrémité de l'éprouvette afin d'éliminer, dans le cas d'essais cycliques, le jeu initial des filets ou le jeu créé par l'allongement de l'éprouvette.

7620 - Cas de l'éprouvette tubulaire

L'alignement de l'éprouvette suivant l'axe des cellules de charge et l'axe du vérin linéaire est assuré par un centreur. Une clavette bloque l'éprouvette en torsion et une bague fendue, filetée extérieurement, reçoit l'extrémité de l'éprouvette et vient coiffer la clavette. Cette même bague, conique entièrement, se referme sous l'action du collier de serrage.

Remarque

Le passage du montage d'une éprouvette solide à celui d'une éprouvette tubulaire est réalisé en quelques secondes seulement.

8000 - INFLUENCE DU CHARGEMENT CYCLIQUE SUR L'ALUMINIUM 2024

Chaque éprouvette est soumise à des déformations répétées axiale et angulaire dans le domaine plastique suivant diverses directions (c'est-à-dire différentes valeurs du rapport $\rho = \epsilon/\gamma$). Pour chacune de celles-ci la réponse est étudiée dans des tracés contraintes-déformations, contraintes-cycles avec comme paramètres la valeur du rapport $\rho = \frac{\epsilon}{\gamma}$ et celle de la déformation effective.

8100 - COMPORTEMENT

Les boucles d'hystérésis obtenues pour un chargement axial combiné à une torsion sont reproduites dans la figure 22 pour différents cycles. Une variation progressive de l'amplitude des contraintes indique que le métal présente un durcissement cyclique. Ce dernier existe quelle que soit la valeur des paramètres ρ et $\Delta\epsilon$. Ce phénomène étant observé, son analyse en est plus commode en traçant non plus chaque boucle mais les courbes reliant le lieu du maximum de contrainte rencontré à chaque cycle (fig. 23 à 27).

Aux premiers cycles de chargement correspond un durcissement cyclique, celui-ci est observé dans les figures 23 et 24 comme plus rapide et plus prononcé en compression qu'en tension. La limite de contrainte est effectivement plus élevée en compression. Ce comportement est appelé "relaxation de la contrainte moyenne".

Après la période initiale transitoire la contrainte approche d'une façon asymptotique une certaine limite appelée "état stable". A partir d'un nombre de cycles souvent évalué à $0,35 N_f$ ou $0,5 N_f$, ni la contrainte ni à fortiori la déformation ne varie malgré le chargement cyclique dans le domaine plastique. De plus la relaxation de la contrainte moyenne demeure constante. Cette dernière, au regard de la figure 27, est proportionnelle à la déformation effective.

Remarque

La réponse de ce matériau reste simple puisque quelle que soit la valeur des paramètres ρ et $\Delta\bar{\epsilon}$, le comportement est identique. Il n'en est pas ainsi pour tous les matériaux. L'acier doux 1018 par exemple se comporte très différemment et la valeur de la déformation effective joue un rôle prépondérant. Pour cette raison, la détermination des surfaces d'écoulement serait délicate sinon impossible ; suite à l'inexistence d'état caractéristique la comparaison entre les surfaces ne serait pas réalisable.

8200 - SURFACES D'ECOULEMENT

Les surfaces d'écoulement sont tracées selon les directions fournies par les figures 2 et 3 suivant le type de contrôle choisi (sollicitations ou déformations). Entre l'instant initial et l'instant final le matériau est soumis à des chargements suivant l'une de ces directions. La surface initiale d'écoulement représente le lieu des points d'écoulement (passage de l'état élastique à l'état plastique) dans le plan des contraintes (σ - τ) pour le matériau ni précontraint ni prédéformé. Les surfaces d'écoulement finales représentent le nouveau lieu des points d'écoulement une fois le matériau soumis à un chargement répété dans le domaine plastique. L'analyse de ces surfaces a lieu pour différentes directions et amplitudes de sollicitations ou déformations.

L'intérêt fut d'analyser le comportement dans le cas de chargements simples : tension seule et torsion pure avant d'étudier l'effet d'un chargement combiné traction-torsion. L'examen des surfaces initiales d'écoulement révèle une légère différence de l'une à l'autre sans toutefois en interdire la comparaison. De plus, l'obtention de l'état stable apparaît essentiel et les figures 28 et 29 en sont un exemple.

Le matériau a été soumis à un chargement à déformation contrôlée et à contrainte contrôlée.

Chargement à déformation contrôlée

L'essai a lieu suivant la direction axiale, dans un premier cas jusqu'à l'état stable, et avant celui-ci dans un second cas. Alors que la figure 28 représente une expansion uniforme de la surface initiale d'écoulement évoquant un écrouissage isotrope (voir la figure j_a dans les préliminaires), la figure 29 indique que le matériau anisotrope au départ le demeure malgré un chargement de 200 cycles dans le domaine plastique. Toutefois, il est à noter l'expansion quasi-uniforme de la surface initiale d'écoulement.

Un troisième essai à déformation contrôlée en torsion (fig.32) donne toujours une expansion et une translation de la surface initiale d'écoulement. Cette translation a lieu suivant l'axe de chargement, en l'occurrence τ .

Les derniers essais pour différentes valeurs du rapport des déformations sont représentés dans la figure 34 et indiquent les mêmes phénomènes que précédemment.

Chargement à contrainte contrôlée

Un premier essai à contrainte contrôlée suivant la direction axiale (fig.30) jusqu'à l'état stable confirme l'expansion de la surface initiale et le passage du matériau d'un état anisotrope à celui d'isotrope. Les surfaces d'écoulement finales étant tracées au point A et B (fig.4), il est observé que l'expansion s'accompagne d'une translation suivant l'axe de chargement.

Un second essai suivant la direction axiale jusqu'à l'état stable est effectué pour une amplitude de contrainte supérieure (fig.31). Les mêmes phénomènes que précédemment sont signalés avec pourtant une translation, suivant l'axe de chargement, croissant avec l'amplitude de la contrainte.

Ensuite, différentes valeurs de rapport de contraintes sont choisies. Les surfaces d'écoulement correspondantes sont représentées dans la figure 33. Il est tout d'abord aisé de remarquer le peu de différence entre les surfaces initiales d'écoulement. Les surfaces d'écoulement à l'état stable confirment l'expansion et la perte d'anisotropie du matériau après quelques cycles de chargement. Les résultats ainsi exprimés permettent de considérer une surface d'écoulement moyenne à l'état stable et d'écrire que l'allure est indépendante du rapport des contraintes mais fonction de l'amplitude de la contrainte effective.

8300 - CONCLUSION

La totalité des essais exprime que cet alliage d'aluminium soumis à des chargements cycliques dans le domaine plastique, se durcit. Une fois l'état caractéristique (ou état stable) atteint, le matériau a perdu son anisotropie du départ. Ces phénomènes permettent de dire que l'écrouissage peut être considéré comme isotrope et cinématique.

9000 - ESSAIS DE FATIGUE ET RESULTATS OBTENUS SUR L'ALUMINIUM 2024 T 351

Quel que soit le programme d'essais envisagé lors de l'étude de matériaux, il est nécessaire de les conduire d'une façon progressive afin d'évaluer les caractéristiques importantes concernant l'état initial. Les premiers essais sont monotones et uniaxiaux puis uniaxiaux cycliques pour devenir enfin des essais cycliques combinés traction-torsion.

L'analyse du comportement de ce matériau soumis à des chargements cycliques se divise en deux études. La première est constituée de l'examen des différents coefficients de fatigue et des relations entre $\Delta\epsilon$, $\Delta\epsilon_p$, σ , N_f . Quant à la seconde elle est l'analyse des boucles d'hystérésis et des surfaces d'écoulement. Le matériau étudié est testé brut de livraison. L'influence d'un recuit est donné (fig.35).

9100 - ESSAI MONOTONE DE TRACTION

Cet essai monotone fournit les caractéristiques de base du matériau (voir tableau 10) et l'allure de la courbe contrainte-déformation (σ - ϵ) (fig.36 et 37). Cette dernière figure indique les possibilités d'écrouissage du matériau étudié. L'aluminium 2024 appartient à la classe des matériaux dits "écrouissables".

La valeur du coefficient d'écrouissage est donnée par $\frac{d\sigma}{d\epsilon_z^p}$ (fig.38).

La courbe (σ - ϵ) statique ou quelque fois appelée "courbe 1/4 de cycle" peut être mathématiquement comparée à l'expression $\epsilon = \frac{\sigma_0}{E} + \left(\frac{\sigma}{E_0}\right)^{1/n}$ qui une fois linéarisée se compare à $\ln \sigma = \ln E_0 + n \ln \left(\epsilon - \frac{\sigma_0}{E}\right)$

Le calcul se fait par la méthode des moindres carrés à l'aide des valeurs expérimentales (voir l'appendice C).

Remarque

Les généralités ci-dessus sont valables quel que soit le matériau utilisé et le lecteur ne sera pas surpris de les relire dans l'étude de l'acier 1018.

9200 - ESSAIS CYCLIQUES EN TENSION-COMPRESSION

Les essais cycliques ont lieu de deux façons différentes. Certains sont réalisés en contrôle des déformations, d'autres en contrôle des sollicitations, c'est-à-dire pour quelques valeurs $\Delta\epsilon$ et $\Delta\sigma$ (voir le tableau récapitulatif des essais uniaxiaux n° 3). Chacun de ces essais permet, par l'étude des boucles d'hystérésis, l'analyse du comportement du matériau soumis à de tels chargements cycliques. En effet, l'enregistrement dans des axes σ - ϵ avec comme paramètre le nombre de cycles, autorise l'évaluation des capacités d'augmentation de la résistance.

Afin de déterminer le niveau de cette augmentation, il est commode de tracer la courbe (σ - ϵ). Celle-ci est représentée point par point, à chaque valeur de ϵ ou σ contrôlée correspond une valeur de contrainte ou de déformation.

Deux méthodes permettent d'obtenir cette courbe (σ - ϵ) cyclique (fig.39)

- méthode dite conventionnelle (plusieurs éprouvettes)
- méthode par incréments (une seule éprouvette).

a) Suivant la précision désirée, la méthode dite conventionnelle exige une éprouvette par point. Par conséquent un minimum de huit éprouvettes est requis (fig.40). Chacune de celles-ci est soumise à une amplitude de déformation $\Delta\epsilon_i$. L'essai est conduit jusqu'à la stabilité des cycles d'hystérésis ; l'amplitude de contrainte correspondante est enregistrée. La courbe cyclique (σ - ϵ) est obtenue en joignant les points ainsi obtenus (abscisse ϵ_i , coordonnée σ_i).

b) La méthode par incréments consiste à soumettre l'éprouvette testée à divers niveaux de déformation $\Delta\epsilon$. La variation continue peut être remplacée par une variation discontinue, c'est-à-dire que l'obtention d'une portion de courbe est substituée par plusieurs points. Cette variation discontinue sera la seule permise par notre système. La fonction de commande générée étant cyclique, il suffit de contrôler $\Delta\epsilon_1$, durant n cycles, puis $\Delta\epsilon_2$ durant les n cycles suivants et ainsi de suite pour différentes valeurs de $\Delta\epsilon$ pour recommencer avec $\Delta\epsilon_k$, $\Delta\epsilon_{k-1}$... (fig.41). Chaque boucle est enregistrée et une fois parvenue à l'état stable, les valeurs de contrainte correspondantes σ_1 , σ_2 ... fournissent les points de la courbe cyclique de la même façon que la méthode conventionnelle (fig.40).

Ces deux méthodes sont comparées et il ressort une parfaite correspondance entre les résultats de chacune d'elles.

Cette dernière méthode a comme intérêt de fournir plusieurs points ou même une portion de courbe avec une seule éprouvette. Cet avantage est important dans le cas de métaux rares mais également intéressant pour des matériaux courants, puisque plus rapide. La courbe $(\sigma-\epsilon)$ cyclique étant ainsi obtenue, elle est comparée à la courbe $(\sigma-\epsilon)$ statique, l'expression mathématique est $\epsilon = \frac{\sigma_0}{E} + \left(\frac{\sigma}{E_0}\right)^{1/n'}$, n' étant le coefficient d'écrouissage cyclique. La comparaison des deux courbes contrainte-déformation indique qu'un chargement cyclique sur l'aluminium 2024 augmente la résistance du matériau et ce, quel que soit le niveau de déformation.

Remarque

Toutefois des essais cycliques uniaxiaux contrôlés pour une seule valeur de déformation ou de contrainte sont nécessaires pour la détermination des relations entre déformation, contrainte et limite de vie. En effet, comme l'essai monotone est essentiel à la formulation mathématique de la fatigue uniaxiale, les essais cycliques uniaxiaux le sont pour la fatigue biaxiale.

Expressions mathématiques

La première relation qui se compare à celle donnée par un essai monotone est $\frac{\sigma_a}{\sigma_f} = K' (\Delta \epsilon_p / 2)^{n'}$ où n' représente le coefficient d'écrouissage cyclique et K' le coefficient d'effort cyclique. Comme dans le cas d'un essai statique, le tracé, dans les axes logarithmiques, représente une droite (fig.42).

Ces points (ϵ_i^p, σ_i) déterminent la valeur de n' et K' et l'expression devient

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_f} = 0,745 (\Delta \epsilon_p / 2)^{0,1191} \quad (1)$$

Cette fois il est intéressant d'évaluer les paramètres liés à la limite de vie. Les points expérimentaux sont portés dans des axes logarithmiques de coordonnées $(\Delta \epsilon_p - N_f)$, $(\Delta \epsilon - N_f)$ et $(\frac{\sigma}{\sigma_f} - N_f)$. Après calcul par la méthode des moindres carrés, ces tracés peuvent être définis par des relations de la forme $\Delta \epsilon_p = K_1 N_f^{n1}$, $\Delta \epsilon = K_2 N_f^{n2}$ et $\frac{\Delta \sigma}{2\sigma_f} = K_3 N_f^{n3}$ (cf. appendice C). Les essais fournissent les valeurs de $\Delta \epsilon_p$, $\Delta \epsilon$, $\Delta \sigma$, et N_f .

Pour le matériau étudié, ces relations prennent la forme

$$\Delta \epsilon_p = K_1 N_f^{n1} = 0,175 N_f^{-0,584} \quad (2)$$

$$\Delta \epsilon = K_2 N_f^{n2} = 0,079 N_f^{-0,2596} \quad (3)$$

$$\frac{\Delta \sigma}{2\sigma_f} = K_3 N_f^{n3} = 0,978 N_f^{-0,0721} \quad (4)$$

Ces relations sont respectivement représentées par les figures 43, 44, et 45. L'expression fournit pour $\Delta \epsilon$ n'est valable que pour une vie limitée à quelques mille cycles ; au-delà, l'influence de la déformation élastique est prépondérante, et alors $(\Delta \epsilon - N_f)n'$ est plus linéaire. Ce phénomène sort des limites de cette étude puisqu'il s'agit, à ce moment, de fatigue de longue durée.

Les relations entre les différents paramètres $(\Delta \epsilon, \Delta \epsilon_p, \Delta \sigma, N_f)$ étant déduites des essais, il serait fort commode de pouvoir les écrire en fonction des caractéristiques mécaniques du matériau évaluées lors d'un essai statique. Dans ce cas, un seul essai monotone permettrait d'écrire une loi de

fatigue pour des chargements uniaxiaux.

Une extrapolation de ces expressions pour une valeur particulière de N_f correspondant à un essai monotone attribue à $\Delta \epsilon_p$ et $\Delta \sigma$ des valeurs ϵ'_f et σ'_f appelées coefficients de fatigue de déformation et de contrainte.

Confrontation des résultats avec la théorie

Tous les coefficients de fatigue étant donnés et ayant au préalable déterminé les caractéristiques du matériau, il est essentiel de comparer les résultats expérimentaux à certaines relations mathématiques proposées.

Rappelons que Manson décompose la déformation totale en la somme de la déformation plastique et élastique, Morrow étudie l'énergie de déformation et la naissance des fissures et lie la fatigue à la valeur de la contrainte et de la déformation à rupture pour un essai statique, alors que Dubuc utilise la contrainte ultime. De plus amples détails sont fournis dans l'appendice D.

Les expressions générales de fatigue uniaxiale données par ces trois auteurs sont :

$$\text{- Manson} \quad \Delta \epsilon = 3,5 \frac{\sigma_u}{E} N_f^{-0,12} + \epsilon_f^{0,6} N_f^{-0,6} \quad (5)$$

$$\text{- Morrow} \quad \left| \begin{array}{l} \Delta \epsilon_p = 2 \epsilon'_f (2N_f)^{-1/1+5n'} \\ \Delta \epsilon_e = 2 \sigma'_f / E (2N_f)^{-n'/1+5n'} \end{array} \right. \quad (6)$$

$$\sigma_a = \sigma'_f (2N_f)^{-n'/1+5n'} \quad (7)$$

$$\text{- Dubuc} \quad \Delta \epsilon = (\epsilon_f/2)^{0,36} N_f^{-0,6} + \frac{\sigma_u}{E} \quad (8)$$

$$\text{- Expérimentales} \quad \frac{\Delta \sigma}{2\sigma_f} = K_3 N_f^{n_3} \quad (9)$$

$$\Delta \epsilon = K_2 N_f^{n_2} \quad (10)$$

$$\Delta \epsilon_p = K_1 N_f^{n_1} \quad (11)$$

Il est également commode d'utiliser dans les relations, la notation $2N_f$ au lieu de N_f c'est-à-dire compter non plus un cycle pour une boucle d'hystérésis mais deux cycles. Cette nouvelle notation revient à décomposer la boucle en deux parties différenciées par l'inversion de la contrainte ou de la déformation. Dans ce cas la valeur $2N_f = 1$ correspond à un essai statique.

Récrivons les relations tirées des essais avec cette nouvelle notation

$$\frac{\sigma}{\sigma_f} = K_3, (2N_f)^{n_3} \quad (12)$$

$$\frac{\Delta \epsilon_p}{2} = K_1, (2N_f)^{n_1} \quad (13)$$

$$\text{ou } \frac{\sigma}{\sigma_f} = 1,03 (2N_f)^{-0,0721} \quad (14)$$

$$\frac{\Delta \epsilon_p}{2} = 0,1316 (2N_f)^{-0,584} \quad (15)$$

Les valeurs des exposants n' , n_1 et n_3 fournies par les essais sont comparables aux valeurs choisies par Morrow (voir en particulier "Cyclic Stress-Strain and Fatigue Behavior of Representative Aircraft Metals" par Endo et Morrow, (fig.40)). Pour reprendre l'écriture de Morrow n_1 doit être comparé à c et n_3 à b .

$$c = - \frac{1}{1 + 5n'}, = - 0,6267 \quad (16)$$

$$b = - \frac{n'}{1 + 5n'}, = - 0,0746 \quad (17)$$

alors que les essais donnent

$$c = - 0,584 \quad \text{et} \quad b = - 0,0721$$

L'extrapolation des relations (12) et (13) pour une valeur particulière ($2N_f = 1$), soit un essai statique, donne

$$\frac{\Delta \epsilon_p}{2} = \epsilon'_f \quad \text{et} \quad \frac{\Delta \sigma}{2} = \sigma'_f$$

$$\text{d'où } \frac{\Delta \epsilon_p}{2} = \epsilon'_f (2N_f)^{n_1} \quad (18)$$

$$\frac{\Delta \sigma}{2} = \sigma'_f (2N_f)^{n_3} \quad (19)$$

où $\epsilon'_f = 0,1316$ et $\sigma'_f = 1,03 \sigma_f$ d'après les essais.

Un choix empirique suppose $\epsilon'_f = \frac{\epsilon_f}{2}$ ce qui est très rarement vérifié, mais dans le cas d'alliage d'aluminium il est proche de la valeur fournie par les essais.

Valeur choisie 0,161

Les coefficients ϵ'_f et σ'_f des relations 18 et 19 correspondent respectivement à l'intersection des droites de pente n_1 et n_3 avec la verticale élevée au point $2N_f = 1$.

Manson

$$\Delta \epsilon = 0,0226 N_f^{-0,12} + \epsilon_f^{0,6} N_f^{-0,6} \quad \text{avec } \sigma_u = 460$$

$$E = 71000$$

Morrow

$$\frac{\Delta \epsilon_p}{2} = \epsilon'_f (2N_f)^{-0,6267} = 0,104 (N_f)^{-0,6267} \quad \text{avec } \epsilon'_f = \frac{\epsilon_f}{2} = 0,161$$

$$\Delta \epsilon_e = \frac{2\sigma'_f}{E} (2N_f)^{-0,0746} = 0,0177 (N_f)^{-0,0746} \quad \text{avec } \sigma'_f = \sigma_f = 662$$

$$\sigma_a = 662 (2N_f)^{-0,0745} = 628,64 N_f$$

Dubuc

$$\Delta \epsilon = (0,161)^{0,36} N_f^{-0,6} + \frac{\sigma_u}{E} = 0,518 N_f^{-0,6} + 0,0064$$

Essais

$$\frac{\Delta \sigma}{2\sigma_f} = 1,03 (2N_f)^{-0,0721} = 647,56 N_f^{-0,0721}$$

$$\Delta \epsilon = 0,079 N_f^{-0,1596}$$

$$\frac{\Delta \epsilon_p}{2} = 0,1316 (2N_f)^{-0,584} = 0,0878 (N_f)^{-0,584}$$

Afin de vérifier les différentes formules en les comparant aux valeurs expérimentales, quelques valeurs de N_f sont choisies. La comparaison est donnée dans le tableau 4.

La vérification des relations proposées permet d'examiner le niveau (fig. 50) de leur approximation à différentes durées de vie. Les principales comparaisons sont faites pour la contrainte et la déformation plastique puisque ces deux variables définissent le mieux les problèmes de fatigue. L'examen des variations de la contrainte pousse à dire que la relation proposée par Morrow est proche de la réalité, bien que celle proposée par Manson paraisse très bonne à très courte durée de vie.

L'expression fournie par Morrow pour la déformation plastique reste près de la réalité quelle que soit la durée de vie.

Certains auteurs, lors d'études similaires, se bornent à reproduire des graphiques en coordonnées logarithmiques ; il faut admettre que de telles pratiques tendent à minimiser les variations et dissimulent les erreurs d'approximation.

9300 - CONCLUSION

Avant de vouloir confirmer ou infirmer certains travaux antérieurs il est bon de multiplier les essais statiques afin d'obtenir des caractéristiques de matériau plus représentatives. Il est effectivement reconnu que celles-ci peuvent varier d'un échantillon à un autre, ce qui provoque un taux d'incertitude sur les valeurs avant toute analyse.

Enfin, il semble bien difficile de généraliser les relations entre σ_f , ϵ_f et σ'_f , ϵ'_f . Ces dernières pourraient être fonction du matériau et par conséquent entraîner la création d'un tableau donnant la valeur des rapports σ_f/σ'_f et ϵ_f/ϵ'_f pour un matériau donné. Jusqu'alors quelques auteurs ont proposé diverses relations [24].

0000 - ESSAIS DE FATIGUE ET RESULTATS SUR L'ACIER 1018 RECUIT

10100 - ESSAIS UNIAXIAUX TENSION-COMPRESSION

Remarque

Le lecteur s'étant intéressé à l'étude de l'aluminium 2024 ne s'étonnera pas de revoir les généralités qui suivent ; celles-ci sont valables quel que soit le matériau utilisé.

Pour tout le programme d'essais envisagé lors de l'étude de matériau, il est nécessaire de les conduire d'une façon progressive afin d'évaluer les caractéristiques importantes concernant l'état initial. Dans le cas d'essais biaxiaux, l'étude préliminaire portera en effet sur les résultats des premiers essais uniaxiaux. De plus, dans le cas de l'acier 1018, par exemple, certaines recherches sont quasiment impossibles expérimentalement, à moins d'utiliser un matériel très élaboré. Pour ces différentes raisons, les premiers essais sont monotones et uniaxiaux.

10110 - Essais monotones de traction

Ces premiers essais ont lieu en contrôle de déformation et en contrôle de sollicitation afin de faire ressortir certains phénomènes tels que fluage, relaxation et même allure de la courbe. L'essai statique étant suffisamment connu n'est pas décrit. Un essai monotone fournit les caractéristiques de base (voir tableau 11) et également l'allure de la courbe contrainte-déformation (σ - ϵ) (fig. 46a et 46b). Cette dernière donnée est très importante, puisqu'elle classe le matériau étudié comme se rapprochant d'élasto-parfaitement plastique.

10111 - Caractéristiques :

Celles-ci sont données dans le tableau 11.

La courbe σ - ϵ statique ou quelquefois appelée "courbe 1/4 de cycle" peut être mathématiquement comparée à l'expression

$$\epsilon = \frac{\sigma_0}{E} + \left(\frac{\sigma}{E_0} \right)^{1/n}$$

qui, une fois linéarisée se compare à :

$$\text{Ln } \sigma = \text{Ln } E_0 + n \text{ Ln } \left(\epsilon - \frac{\sigma_0}{E} \right)$$

Le calcul se fait par la méthode des moindres carrés à l'aide des valeurs expérimentales (cf. appendice C).

10120 - Essais cycliques en tension-compression

L'allure de la courbe σ - ϵ statique indique qu'il est quasiment impossible de contrôler avec précision la charge pour des valeurs de σ correspondant au palier, c'est-à-dire pour un niveau de déformation allant jusqu'à environ 3 %. En effet, il est très compréhensible en examinant cette courbe σ - ϵ statique que lors du contrôle de la charge, un faible écart, et par conséquent une minime erreur ou imprécision due au matériel de contrôle, crée une différence considérable de précision sur la déformation qui peut à la limite correspondre à l'étendue du palier (fig.47). Pour cette raison, le seul contrôle utilisé pour un matériau élasto parfaitement plastique est un contrôle de déformations, du moins pour un essai uniaxial de traction et les premiers chargements cycliques.

Les essais cycliques sont réalisés pour plusieurs valeurs de $\Delta\epsilon$ (voir le tableau récapitulatif des essais 5). Pour chacune de ces valeurs, des tracés σ - ϵ sont obtenus (fig.48) avec comme paramètre le nombre de cycles. Ces boucles d'hystérésis une fois tracées sous la forme de courbes (σ -N) (fig.49-50) nous renseignent sur le comportement du matériau soumis à des charges cycliques. Ce dernier a pour conséquence d'augmenter ou de diminuer la résistance de l'acier 1018 suivant la valeur contrôlée $\Delta\epsilon$.

La détermination du seuil (valeur de $\Delta\epsilon$ pour laquelle la résistance du matériau est stationnaire) est facilitée en représentant la courbe (σ - ϵ) cyclique. Cette dernière est représentée point par point (à chaque valeur de $\Delta\epsilon$ contrôlée correspond une valeur de contrainte correspondante).

Deux méthodes permettent d'obtenir cette courbe (σ - ϵ) cyclique (fig.51) :

- méthode dite conventionnelle (plusieurs éprouvettes)
- méthode par incréments (une seule éprouvette)

La description de celles-ci est donnée dans l'étude de l'aluminium 2024 (page 38).

Ces deux méthodes sont comparées et indiquent que nous obtenons des résultats rigoureusement identiques pour la région étudiée.

La courbe σ - ϵ cyclique étant tracée et comparée à la courbe σ - ϵ statique fournit de précieux renseignements dans un seul graphique. Les effets du chargement cyclique se traduisent pour l'acier 1018 par une diminution ou une augmentation de la résistance du matériau suivant le niveau du $\Delta\epsilon$ contrôlé.

L'expression mathématique de la courbe contrainte-déformation cyclique est

$$\epsilon = \frac{\sigma_0}{E} + \left(\frac{\sigma}{E_0} \right)^{1/n'}$$

Après la détermination de la courbe cyclique, les essais cycliques sont conduits jusqu'à rupture (N_f ou limite de vie). Il est bien évident que plus la déformation $\Delta\epsilon$ contrôlée est grande, plus la valeur de N_f est petite. Comme dans le cas d'un essai monotone, la contrainte et la déformation plastique dans des coordonnées logarithmiques représentent une droite (fig.52).

La relation s'écrit :

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_f} = K' \left(\frac{\Delta \varepsilon_p}{2} \right)^{n'}$$

n' représente toujours un coefficient dit d'écrouissage alors que K' est appelé coefficient d'effort cyclique.

Pour l'acier 1018 et d'après (fig.52), les valeurs de n' et K' sont déterminées par la méthode des moindres carrés (cf. appendice C)

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_f} = 0,375 \left(\frac{\Delta \varepsilon_p}{2} \right)^{0,223} \quad (1)$$

L'étude de fatigue à courte durée de vie entraîne des essais pour lesquels la déformation plastique est prépondérante par rapport à la déformation élastique ; il est par conséquent logique de déterminer dans un premier temps la relation qui lie la déformation à la limite de vie, ou plutôt la déformation plastique à la limite de vie. Après quelques essais cycliques, les valeurs $\Delta \varepsilon$, $\Delta \varepsilon_p$ et N_f sont portées dans des coordonnées logarithmiques. Ces derniers tracés (fig.53), indiquent la présence d'une droite, par conséquent une relation de la forme :

$$\Delta \varepsilon_p = K_1 N_f^{n_1}$$

$$\Delta \varepsilon = K_2 N_f^{n_2}$$

L'expérimentation fournit les valeurs de $\Delta \varepsilon_p$, $\Delta \varepsilon$ et N_f ; après linéarisation, la méthode des moindres carrés rend possible la détermination des coefficients K_1 , K_2 , n_1 et n_2 . Pour l'acier étudié, les expressions de la déformation plastique et de la déformation totale s'écrivent :

$$\Delta \varepsilon_p = K_1 N_f^{n_1} = 0,28 N_f^{-0,453} \quad (2)$$

$$\Delta \varepsilon = K_2 N_f^{n_2} = 0,220 N_f^{-0,375} \quad (3)$$

Un dernier tracé, donnant la relation entre la contrainte et la limite de vie, doit être examiné (fig.54). Une fois de plus, dans des coordonnées logarithmiques, nous obtenons une relation linéaire de la forme

$$\frac{\Delta\sigma}{2\sigma_f} = K_3 N_f^{n_3}$$

Les essais donnent, après linéarisation et application de la méthode des moindres carrés, la valeur des coefficients K_3 et n_3 , d'où l'expression dite "expérimentale"

$$\frac{\Delta\sigma}{2\sigma_f} = 0,675 N_f^{-0,101} \quad (4)$$

Les relations entre les différents paramètres ($\Delta\epsilon$, $\Delta\epsilon_p$, σ , N_f) étant déduites des essais, il serait fort commode de pouvoir les écrire en fonction des caractéristiques mécaniques du matériau fournies par un essai statique. Si cet espoir est vérifié, un "seul" essai monotone suffirait pour déterminer les relations en fatigue uniaxiale.

Ayant donné précédemment les différents coefficients de fatigue et connaissant, par les essais monotones, les principales caractéristiques de l'acier 1018 recuit, il est aisé de comparer les relations mathématiques proposées par Manson, Morrow et Dubuc.

Rappelons que Manson décompose la déformation totale comme la somme de la déformation plastique et élastique, que Morrow étudie l'énergie de déformation et la naissance de fissure et qu'il lie la fatigue à la valeur de la contrainte et de la déformation à rupture données dans un essai monotone, alors que Dubuc utilise la contrainte ultime.

De plus amples détails sont fournis dans l'appendice D. Les expressions générales de fatigue données par ces trois auteurs sont les suivantes :

$$\text{- Manson} \quad \Delta\epsilon = 3,5 \frac{\sigma_u}{E} N_f^{-0,12} + \epsilon_f^{0,6} N_f^{-0,6} \quad (5)$$

$$\text{- Morrow} \quad \Delta\epsilon \begin{cases} \Delta\epsilon_p = 2 \epsilon'_f (2 N_f)^{-1/1+5 n'} \\ \Delta\epsilon_e = \frac{2\sigma'_f}{E} (2 N_f)^{-n'/1+5 n'} \end{cases} \quad (6)$$

$$\sigma_a = \sigma'_f (2 N_f)^{-n'/1+5 n'} \quad (7)$$

$$- \text{Dubuc } \Delta \epsilon = \left(\frac{\epsilon_f}{2}\right)^{0,36} N_f^{-0,6} + \frac{\sigma_u}{E} \quad (8)$$

$$- \text{expérimentales } \frac{\Delta \sigma}{2 \sigma_f} = K_3 N_f^{n_3} \quad (9)$$

$$\Delta \epsilon = K_2 N_f^{n_2} \quad (10)$$

$$\Delta \epsilon_p = K_1 N_f^{n_1} \quad (11)$$

Avant d'écrire les relations numériques, les relations expérimentales peuvent être transformées et données en fonction de $2 N_f$ au lieu de N_f , c'est-à-dire compter non plus un cycle pour une boucle d'hystérésis mais deux cycles. Dans ce cas la valeur $2 N_f = 1$ correspond à un essai statique (dans des axes logarithmiques : abscisse 0).

Les équations (9 et 11) tirées des essais deviennent

$$\frac{\Delta \sigma}{2 \sigma_f} = K'_{33} (2 N_f)^{n_3} \quad (12)$$

$$\frac{\Delta \epsilon_p}{2} = K'_{11} (2 N_f)^{n_1} \quad (13)$$

$$\text{ou } \frac{\Delta \sigma}{2 \sigma_f} = 0,724 (2 N_f)^{-0,101} \quad (14)$$

$$\frac{\Delta \epsilon_p}{2} = 0,192 (2 N_f)^{-0,453} \quad (15)$$

Les coefficients K'_{11} et K'_{33} sont appelés coefficients de résistance à la déformation et à la contrainte cycliques. Ils correspondent respectivement à l'intersection des droites de pente n_1 et n_3 avec la verticale élevée au point $2 N_f = 1$.

La valeur de l'exposant n' demeure comparable à celle avancée par Havard [26], quant à celles de b et c elles sont l'une des extrêmes des intervalles proposées par Morrow [38]. L'intervalle généralement donné pour b est $-0,05 < b < 0,15$, celui pour c est $-0,7 < c < -0,5$ [39 - 40 - 41 - 42].

Dans les essais le coefficient $b(n_3)$ prend une valeur moyenne, ce qui peut être expliqué par le fait que le matériau est un acier doux recuit. A la ductilité de celui-ci correspond un coefficient $c(n_1)$ relativement petit. Morrow a proposé une relation entre ces deux coefficients et celui d'écrouissage cyclique

$$c = - \frac{1}{1 + 5 n'} = - 0,473 \quad (16)$$

$$b = - \frac{n'}{1 + 5 n'} = - 0,105 \quad (17)$$

alors que les essais donnent :

$$c = -0,453 \quad \text{et} \quad b = -0,101$$

La nouvelle notation adoptée pour les relations (12) et (13) permet d'extrapoler la formulation cyclique et d'obtenir, pour la valeur particulière $2 N_f = 1$, une relation décrivant un essai monotone

$$\frac{\Delta \epsilon_p}{2} = \epsilon'_f \quad \text{et} \quad \frac{\Delta \sigma}{2} = \sigma'_f$$

$$\text{d'où} \quad \frac{\Delta \epsilon_p}{2} = \epsilon'_f (2 N_f)^{n_1} \quad (18)$$

$$\frac{\Delta \sigma}{2} = \sigma'_f (2 N_f)^{n_3} \quad (19)$$

où d'après les relations (14) et (15)

$$\epsilon'_f = 0,192 \quad \text{et} \quad \sigma'_f = 769,63$$

- Manson

$$\Delta \epsilon = 0,008 N_f^{-0,12} + \epsilon_f^{0,6} N_f^{-0,6}$$

$$\text{avec} \quad \sigma_u = 470$$

- Morrow

$$E = 205000$$

$$\frac{\Delta \epsilon_p}{2} = \epsilon'_f (2 N_f)^{-0,473} = 0,150 N_f^{-0,473}$$

$$\Delta \varepsilon_e = \frac{2\sigma'_f}{E} (2 N_f)^{-0,105} = 0,0096 N_f^{-0,105}$$

$$\sigma_a = 1063 (2 N_f)^{-0,105} = 988,4 N_f^{-0,105}$$

$$\sigma'_f = \sigma_f = 1063$$

- Dubuc

$$\Delta \varepsilon = (0,52)^{0,36} N_f^{-0,6} + \frac{\sigma_u}{E} = 0,790 N_f^{-0,6} + 0,0023$$

- Essais

$$\frac{\Delta \sigma}{2\sigma'_f} = 0,724 (2 N_f)^{-0,101} = 0,675 N_f^{-0,101}$$

$$\Delta \varepsilon = 0,22 N_f^{-0,375}$$

$$\frac{\Delta \varepsilon_p}{2} = 0,192 (2 N_f)^{-0,453} = 0,14 N_f^{-0,453}$$

Afin de vérifier les différentes formules en les comparant aux valeurs expérimentales, quelques valeurs de N_f sont choisies. La comparaison est donnée dans le tableau 6.

Quant aux relations proposées par Morrow utilisant ε'_f et σ'_f , il est une fois de plus démontré [40] que l'extrapolation des expressions de fatigue pour $2 N_f = 1$ ne donne pas toujours satisfaction. Ceci est principalement vrai pour l'expression de la déformation plastique. Des travaux de Landgraf [41] pour un acier H-11 660 BHN indiquent qu'une extrapolation linéaire conduirait à un rapport $\varepsilon_f/\varepsilon'_f$ tout aussi important (de l'ordre de 5). Il semblerait également que σ'_f soit différent de σ_f et que la relation $\sigma'_f = 0,75 \sigma_f$ soit plus près des résultats expérimentaux.

L'expression de Manson basée sur la contrainte ultime donne des résultats qui peuvent être qualifiés de satisfaisants pour une étude de fatigue.

10130 - Conclusion

Une étude de fatigue à très courte durée de vie fournirait certainement des informations sur la précision de l'extrapolation des résultats de fatigue à l'essai monotone. Cette étude permettrait de vérifier si le comportement est réellement linéaire pour les valeurs élevées de la déformation plastique. Certains travaux [40 - 41 - 43] ont mis en évidence un comportement non linéaire mettant en cause des instabilités métallurgiques. Par conséquent, l'hypothèse consistant à supposer que la relation expérimentale de fatigue reste valable au cours de l'essai tout entier n'est que grossière, il est préférable de considérer le rapport

$$D = \frac{\text{section résistante}}{\text{section nominale}}$$

et la formulation est alors de la forme

$$\frac{\Delta\sigma}{2\sigma_f} = K' (1-D) \Delta\epsilon_p^{n'}$$

10140 - Effet d'une déformation moyenne

Avant d'expérimenter l'acier 1018 en pression interne, examinons son comportement sous l'effet d'une déformation moyenne. Lors des essais cycliques tension-compression la valeur de $R = - \frac{\epsilon_{\text{mini}}}{\epsilon_{\text{maxi}}}$ est égale à 1 ; avec une déformation moyenne de tension elle prend une valeur inférieure à 1 et dans un cas particulier $R = 0$, c'est-à-dire $\epsilon_{\text{mini}} = 0$ (fig.55). De tels essais sont conduits et sont comparés aux essais cycliques afin d'observer les modifications apportées par cette déformation moyenne $\epsilon_m = \Delta\epsilon/2$. Les résultats se trouvent résumés dans un graphique $\sigma - \epsilon_p$ (fig.56) et un graphique $\Delta\epsilon_p - N_f$ (fig.57)

En comparant les tracés (fig.53 et fig.57), c'est-à-dire ($\Delta\epsilon_p$, $\Delta\epsilon - N_f$) avec $\epsilon_m = 0$ et $\epsilon_m = \frac{\Delta\epsilon_p}{2}$ on constate une variation minime de la durée de vie. Ces tracés pour $\epsilon_m = 0$ et $\epsilon_m = \Delta\epsilon/2$ ne font ressortir aucune modification de la ductilité pour l'intervalle de déformation étudié. Les mêmes constatations peuvent se faire sur le tracé $\sigma - \epsilon_p$ (fig.56)

Qu'il existe ou non de déformation moyenne $\epsilon_m = \Delta\epsilon/2$ le comportement du matériau au cours des cycles ($\sigma - N$) ne diffère que très peu. Toutefois il est bien évident qu'une généralisation n'est pas possible avant d'effectuer d'autres essais pour différentes valeurs de déformation moyenne.

Remarque

Des essais pour de plus faibles valeurs de déformation marqueraient davantage la tendance asymptotique du tracé $\Delta\epsilon - N_f$ avec une déformation moyenne $\epsilon_m = \Delta\epsilon/2$

10150 - Effet d'une prédéformation

Un échantillon est soumis à une déformation $\epsilon = 10 \%$ pour être soumis, après déchargement, à un chargement cyclique $\Delta\epsilon = 0,7 \%$. L'enregistrement des boucles d'hystérésis, c'est-à-dire le tracé contrainte-cycles ($\sigma - N$) (fig.50) montre le comportement du matériau après une telle prédéformation. La décroissance rapide de σ au cours des premiers cycles est suivie d'un état stable à un niveau de contrainte égal à celui qu'on obtient avec un échantillon soumis à la même déformation cyclique mais sans **prédéformation**. Ce phénomène traduit la perte de mémoire du matériau au cours des cycles.

10200 - ESSAIS BIAXIAUX TENSION-COMPRESSION-PRESSION INTERNE

Une loi de fatigue biaxiale de la même forme que celle uniaxiale est recherchée, c'est-à-dire une expression reliant la contrainte ou la déformation (effective) aux cycles :

$$\Delta \bar{\epsilon} , \Delta \bar{\sigma} = k N^{\alpha}$$

La loi de fatigue recherchée doit s'appuyer sur les propriétés mécaniques du matériau et sur les résultats d'essais en fatigue uniaxiale.

Parmi les diverses combinaisons possibles correspondant à un état biaxial, l'essai de traction- compression combiné à une pression interne fluctuante est retenu [31]. L'intérêt est de soumettre l'éprouvette à des chargements suivant les directions principales (contrainte radiale négligeable). Les essais étant de courte durée (niveau de contrainte ou de déformation élevé), à chaque cycle correspond une énergie de déformation importante ; par conséquent l'étude s'appuiera sur des considérations énergétiques (cf. appendice E).

10210 - Expressions dérivées de considérations énergétiques

En partant de l'hypothèse que la somme de l'énergie de déformation dissipée à chaque cycle est égale à l'énergie dissipée lors d'un essai statique jusqu'à rupture [44] et en s'appuyant sur la théorie de la déformation plastique de Nadai, Ellyin [33, 34] propose un critère de fatigue pour un état de contrainte quelconque. C'est-à-dire des expressions :

$$\left| \begin{array}{l} (\Delta W_f)_{fat} = \int s_{ij} d \epsilon_{pij} \\ \epsilon_{pij} = F(J_2) s_{ij} \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad J_2 = \frac{s_{ij} s_{ij}}{2}$$

il détermine l'expression de fatigue suivante :

$$(\bar{\sigma}_m \Delta \bar{\epsilon} + \eta \Delta \bar{\sigma} \Delta \bar{\sigma}) N = \frac{2}{3} \epsilon_f \sigma_f N^\alpha \quad (20)$$

avec
$$\eta = \frac{A \epsilon_f \sigma_f}{\Delta \bar{\epsilon} \Delta \bar{\sigma}} \left\{ \left[\frac{\bar{\sigma}_m + \Delta \bar{\sigma}/2}{\sigma_f} \right]^{\frac{1+n'}{n'}} - \left[\frac{\bar{\sigma}_m - \Delta \bar{\sigma}/2}{\sigma_f} \right]^{\frac{1+n'}{n'}} \right\} - \frac{\bar{\sigma}_m}{\Delta \bar{\sigma}}$$

et
$$A = \frac{(2 - n')}{(1 + n')}$$

dans le cas d'une contrainte moyenne $\bar{\sigma}_m = \Delta \bar{\sigma}/2$
 $n'/1+n'$

$$\Delta \bar{\sigma} = \sigma_f \left\{ \frac{2 (1+n')}{3 (2-n')} N^{\alpha-1} \right\} \quad (21)$$

α étant fonction du rapport de contrainte et du coefficient de fatigue uniaxiale.

D'autres lois de fatigue ont été avancées par quelques auteurs [26, 29, 30, 31, 32, 35, 45, 46]. Elles diffèrent l'une de l'autre par le choix du critère de rupture ou des modifications apportées à un critère donné (cf. appendice D).

La forme générale de cette loi de fatigue est :

$$\frac{\Delta \bar{\sigma}}{\sigma_f} = k N^\gamma$$

avec
$$k = \left[\frac{2 (1+n')}{3 (2-n')} \right]^{n'/1+n'} \quad (22)$$

et
$$\gamma = \frac{n' (\alpha-1)}{1 + n'}$$

Afin de vérifier cette loi il est nécessaire de tester plusieurs tubes, et de les soumettre à une traction-compression cyclique combinée à une pression interne fluctuante.

10220 - Essais

Afin de connaître la réaction du matériau et d'examiner le niveau d'anisotropie, les essais doivent débuter par un essai de traction pure et un essai de pression interne. D'autres tubes sont ensuite soumis à un chargement axial cyclique combiné à une pression interne fluctuante. Les contraintes ainsi engendrées correspondent à la contrainte axiale σ_a et à la contrainte tangentielle σ_t . La valeur de leur rapport est noté :

$$Q = \frac{\sigma_a}{\sigma_t}$$

La définition de la contrainte effective adoptée est :

$$\Delta\bar{\sigma} = (\sigma_a^2 - \sigma_a \sigma_t + \sigma_t^2)^{1/2}$$

soit en fonction du rapport Q

$$\Delta\bar{\sigma} = \sigma_t (Q^2 - Q + 1)^{1/2} \quad (23)$$

A ces contraintes correspondent les déformations axiale, radiale et tangentielle définies respectivement comme :

$$\epsilon_a = \ln \left(\frac{L + \Delta L}{L} \right)$$

$$\epsilon_r = \ln \left(\frac{R_m + \Delta R_m}{R_m} \right)$$

$$\epsilon_t = -(\epsilon_a + \epsilon_r)$$

$$\sigma_a = \frac{F}{2\pi R_m t} + \frac{P R_{in}^2}{2 R_m t}$$

$$\sigma_t = \frac{P R_{in}}{t}$$

L'étude des essais monotones (fig.46-58) indique que le contrôle des contraintes dans les tout premiers cycles est délicat, ceci impose un contrôle des déformations durant quelques cycles puis des contraintes jusqu'à rupture.

Les essais sont effectués pour différentes valeurs de la contrainte effective $\overline{\Delta\sigma}$ et pour une série de valeurs du rapport Q (-0,5 ; 0 ; 1,5 ; ∞).

Les résultats obtenus s'inscrivent dans le premier et le quatrième quadrant dans le plan (σ_a, σ_t) ; à $Q = \infty$ correspond la traction pure, à $Q = 0$ la pression pure (pression + compression compensant les effets de fond) et à $Q = 0,5$, la traction nulle (effets de fond seulement).

De tels essais sont résumés dans les tableaux 7 et 8.

10230 - Résultats

Les essais monotones en traction et pression donnent les limites à respecter lors du choix de la valeur de la contrainte effective et indiquent le degré d'anisotropie du matériau. La dispersion des résultats en rend la détermination difficile. Le phénomène de dispersion peut être amputé en partie au traitement des tubes effectué dans des conditions non rigoureusement identiques.

La loi générale de fatigue est de la forme :

$$\frac{\overline{\Delta\sigma}}{\sigma_f} = k N_f^\gamma$$

k et γ représentant des coefficients de fatigue.

Un premier examen des résultats révèle que pour une valeur de la contrainte effective donnée, le nombre de cycles est différent.

Par exemple pour $\overline{\Delta\sigma} = 370 \text{ MP}_a$ $N_f = 3095$ et 101966

Cette observation conduit à deux conclusions :

- . $\overline{\Delta\sigma}$ est mal déterminé
- . γ est fonction du rapport des contraintes.

Puisque la définition de la contrainte effective adoptée est celle proposée par Von Mises et que cette dernière a donné de bons résultats en d'autres circonstances, γ est supposé être une fonction du rapport des contraintes.

Le problème revient à rechercher cette fonction et à interpréter les résultats pour chacune des valeurs de Q ($-0,5$; 0 ; $1,5$; ∞).

Les expressions (22) fournissent k et γ en fonction de σ_f , n' et α ; alors que l'équation (23) permet de déterminer σ_a et σ_t en fonction de $\Delta\bar{\sigma}$ et Q , ce qui permet d'écrire :

$$\Delta\sigma_a = \frac{Q \Delta\bar{\sigma}}{(Q^2 - Q + 1)^{1/2}} \quad (24)$$

$$\Delta\sigma_t = \frac{\Delta\bar{\sigma}}{(Q^2 - Q + 1)^{1/2}}$$

soit avec k et γ (k fixe et γ fonction de α et de Q) :

$$\frac{\Delta\sigma_a}{\sigma_f} = \frac{k Q N^\gamma}{(Q^2 - Q + 1)^{1/2}}$$

$$\frac{\Delta\sigma_t}{\sigma_f} = \frac{k N^\gamma}{(Q^2 - Q + 1)^{1/2}}$$

L'absence de la dispersion expérimentale aurait permis de déterminer avec plus de précision une fonction de la forme :

$$\frac{\Delta\bar{\sigma}}{\sigma_f} = q N^\delta$$

qui peut, toutefois, être estimée :

$Q = -0,5$	$\Delta\bar{\sigma} = 762,2$	$N^{-0,0546}$
$Q = 0$	$\Delta\bar{\sigma} = 644,2$	$N^{-0,0694}$
$Q = 1,5$	$\Delta\bar{\sigma} = 896,2$	$N^{-0,1069}$
$Q = \infty$	$\Delta\bar{\sigma} = 662,5$	$N^{-0,0507}$

Connaissant les expressions expérimentales, il est nécessaire de les comparer à la forme théorique (fig.59).

$$\frac{\Delta \bar{\sigma}}{\sigma_f} = k N^\gamma$$

d'où les expressions de γ et α

$$\gamma = \ln \left(\frac{q N^\delta}{k} \right) \times \frac{1}{\ln N} \quad (25)$$

$$\text{et } \alpha = \left(\frac{1+n'}{n'} \right) \gamma + 1$$

$$\text{avec } k = \left[\frac{2 (1 + n')}{3 (2 - n')} \right]^{\frac{n'}{1+n'}}$$

La recherche de γ serait faite pour une valeur de Q et de N avec $k = 0,867$. Afin de ne pas rechercher des valeurs de γ à partir d'estimations pour certaines valeurs de N , il est préférable de remplacer dans l'équation (25)

$q N^\delta$ par la valeur $\Delta \bar{\sigma}$ expérimentale

et N par la valeur de N à rupture.

Cette méthode a pour but également de calculer autant de γ que de points expérimentaux.

De plus, l'effet de l'anisotropie conduit à considérer une nouvelle expression de la contrainte effective

$$\frac{\Delta \bar{\sigma}}{2} = \left\{ \sigma_a^2 - 2 \left(\frac{K_a}{1+K_a} \right) \sigma_a \sigma_t + \sigma_t^2 \right\}^{1/2}$$

avec pour le matériau étudié une valeur de $K_a = 1,24$.

De ces dernières considérations, le tableau **g** fournit les différentes valeurs de α et γ en fonction de Q .

10240 - Conclusion

Lors d'essais biaxiaux, la loi de fatigue est de la même forme que celle uniaxiale, c'est-à-dire une expression reliant la contrainte effective au nombre de cycles.

Cette loi existe quelle que soit la valeur du rapport de la contrainte axiale sur la contrainte tangentielle. Toutefois, l'exposant de résistance à la contrainte cyclique γ , est fonction de Q . De plus, il apparaît normal que l'expression générale de γ dépende de la valeur de γ en traction pure et de la valeur de γ en pression pure. Le petit nombre d'essais effectués n'autorise aucune détermination précise.

Pour une recherche de la fonction reliant γ et Q , il est recommandé, comme pour toute étude de fatigue, de multiplier les essais. Pour une étude biaxiale, par exemple tension-pression, la diversité des rapports Q et leur répétition assurent une détermination rapide de cette fonction. Une recherche dans un domaine trop restreint peut mener à des conclusions hâtives.

C O N C L U S I O N

La présente étude n'est qu'une modeste participation à l'analyse du comportement de matériaux soumis à des charges répétées. La première difficulté provient de la dispersion des résultats due au fait que des paramètres, encore mal définis mais influents, soient négligés. Ces derniers subsistent malgré toute la précision apportée par un travail méticuleux de laboratoire et un matériel sophistiqué.

Le comportement des matériaux soumis à des essais oligocycliques peut être très varié. La réponse de l'aluminium 2024 indique un durcissement cyclique qui se traduit par l'augmentation de la contrainte lors du contrôle de la déformation à un niveau quelconque et constant, ou par la diminution de la déformation lors du contrôle de la contrainte à un niveau également quelconque et constant. Il n'en est plus de même pour l'acier 1018 qui peut, selon le niveau de la déformation ou de la contrainte contrôlée, accuser un durcissement ou un affaiblissement. D'où la nécessité de tracer la courbe cyclique de tout matériau devant être soumis à des charges variées dans le domaine élastique ou plastique.

La détermination des surfaces d'écoulement, quoique fortement contreversée, révèle de nombreux enseignements. Dans le cas de l'aluminium 2024, marquant un état stable au cours des chargements cycliques, l'analyse des surfaces d'écoulement permet de définir le type d'écrouissage. Ce dernier correspond à des modes pouvant être considérés comme idéaux : écrouissage isotrope et cinématique. En effet, la surface initiale d'écoulement subit une expansion uniforme puis un déplacement suivant l'axe de chargement.

L'étude de la fatigue oligocyclique nécessite une dispersion minimale dans les résultats. La formulation de la durée de vie reposant sur les caractéristiques mécaniques du matériau, celles-ci sont déterminées d'une façon quasi-statistique [47] .

L'étude en fatigue uniaxiale des deux matériaux (aluminium 2024 et acier 1018) indique qu'une généralisation, de l'extrapolation des essais cycliques à l'essai monotone, est bien compromise. De plus, si techniquement la fatigue biaxiale est réalisée, l'exploitation des résultats est plus complexe. Toutefois, la formulation semblerait dépendre à la fois des caractéristiques du matériau et des essais cycliques réalisés suivant chacun des axes.

Seule la multiplication des essais, à la fois sur un et de nombreux matériaux, peut conduire à approcher une généralisation d'une loi de fatigue tant espérée. Seul l'automatisme peut en écourter l'échéance. Ensuite, il sera loisible de concevoir d'autres types d'essais comme par exemple pression interne-externe combinée à une traction-compression (enceinte de pression conçue et réalisée par le laboratoire : figure 60).

F I G U R E S

et

T A B L E A U X

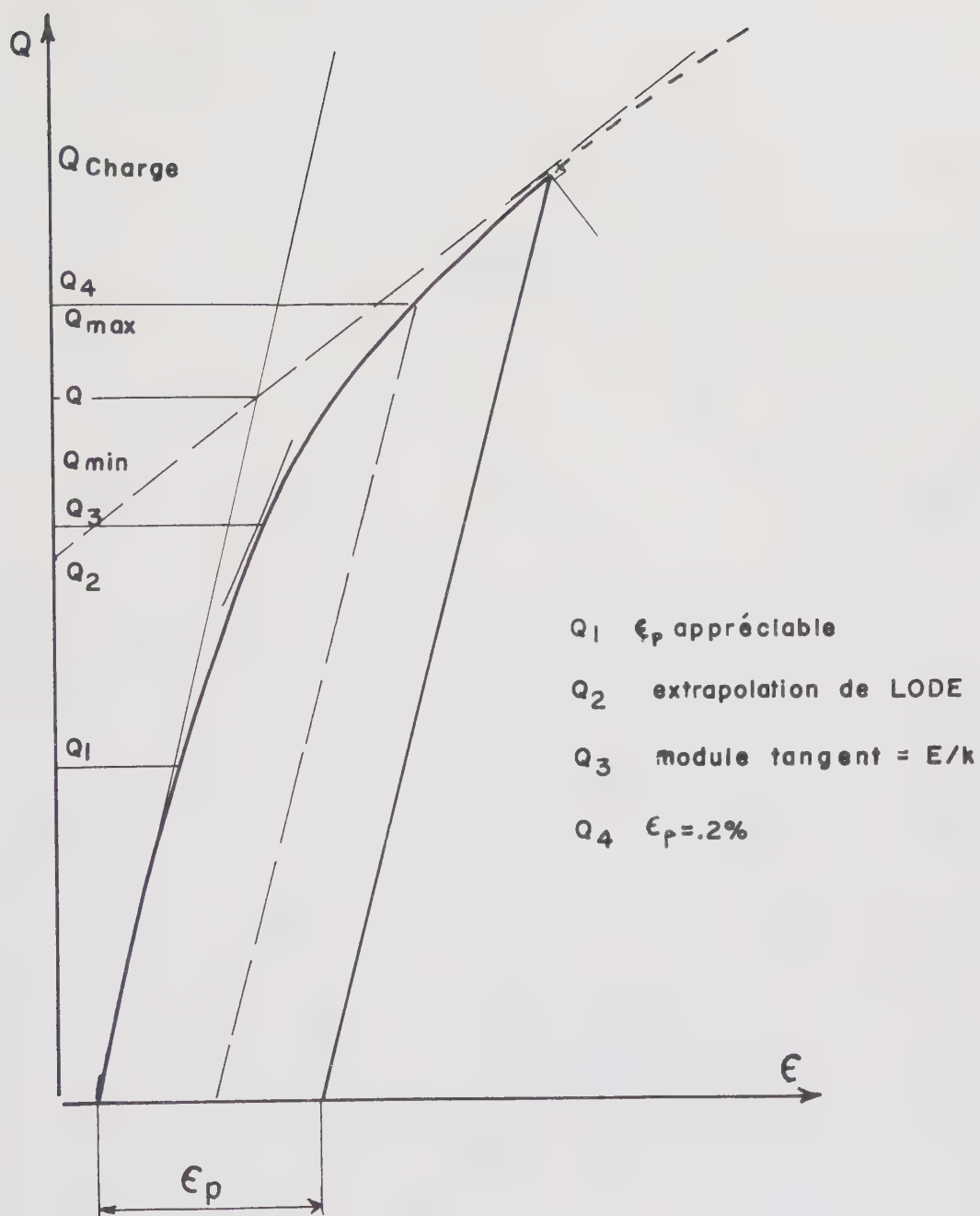


FIGURE 1

Définition du point d'écoulement

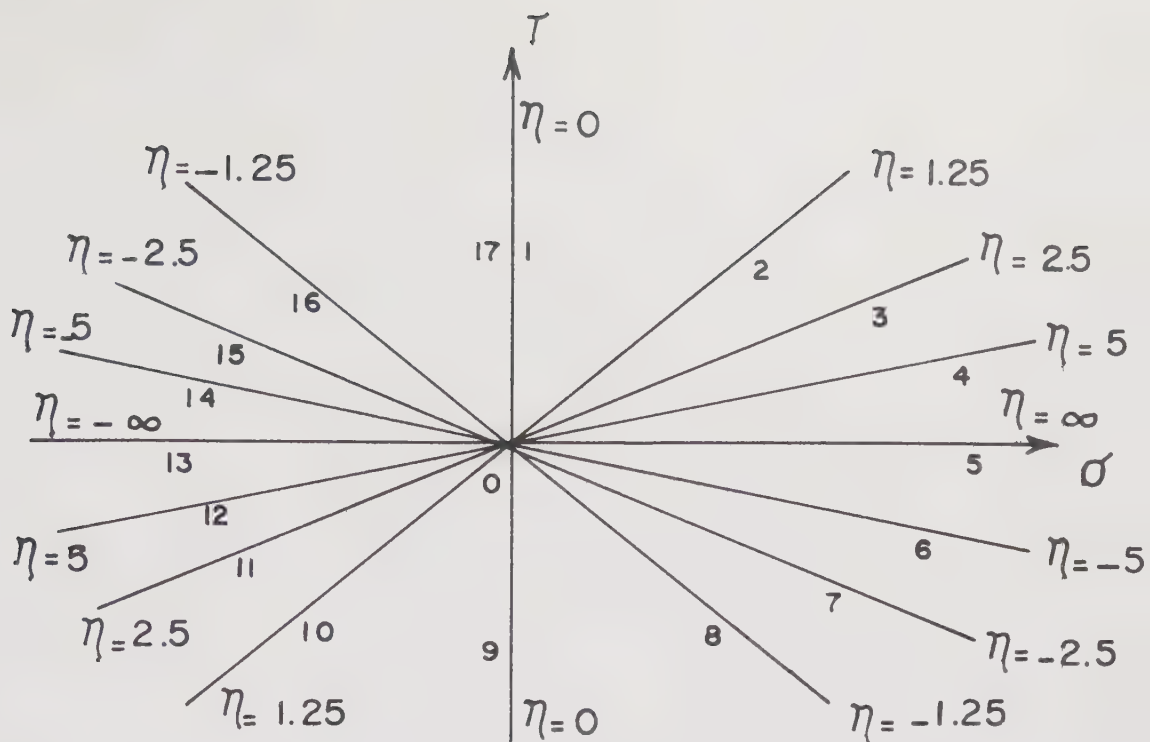


FIGURE 2

hoix de la répartition des points
'écoulement en contrôle de sollicitations.

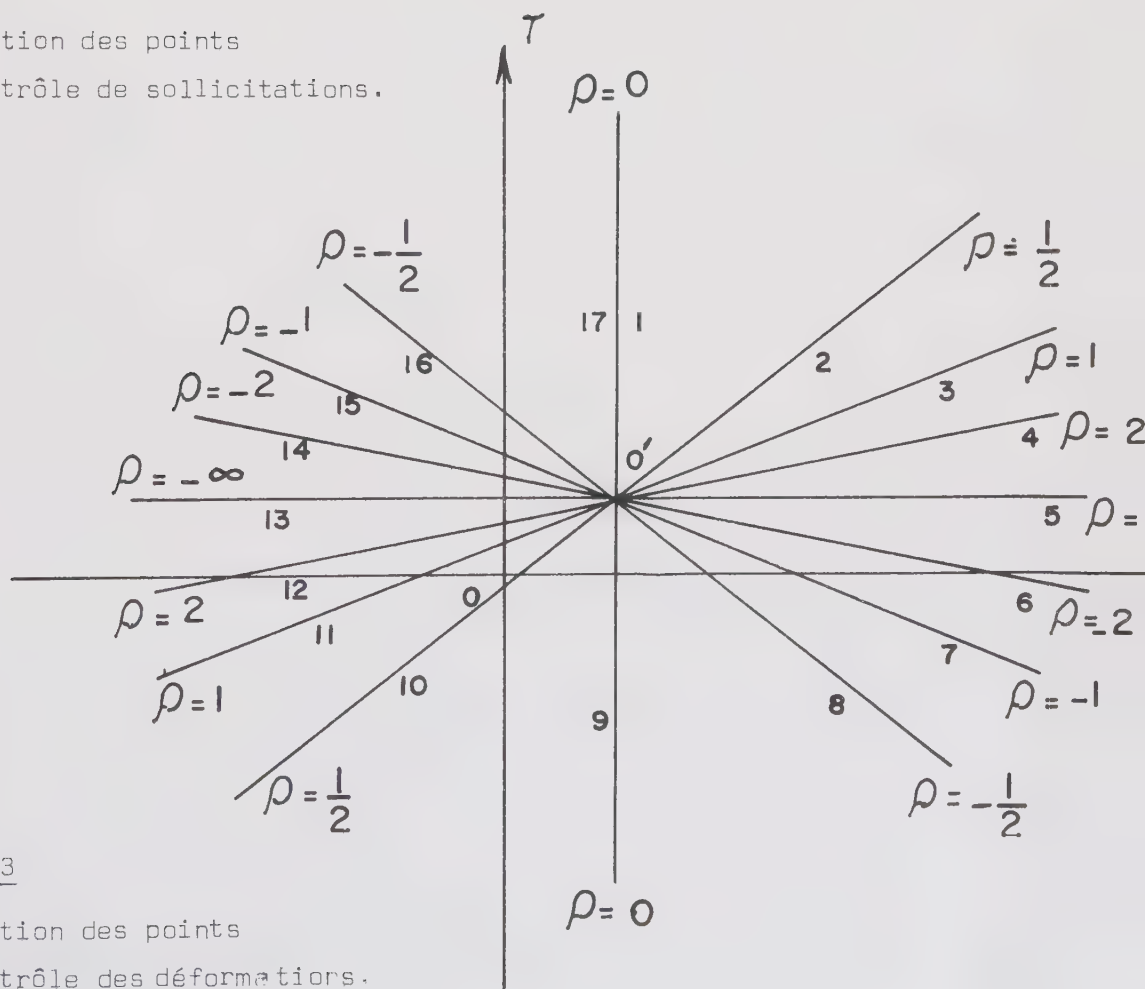


Figure 3

hoix de la répartition des points
'écoulement en contrôle des déformations.

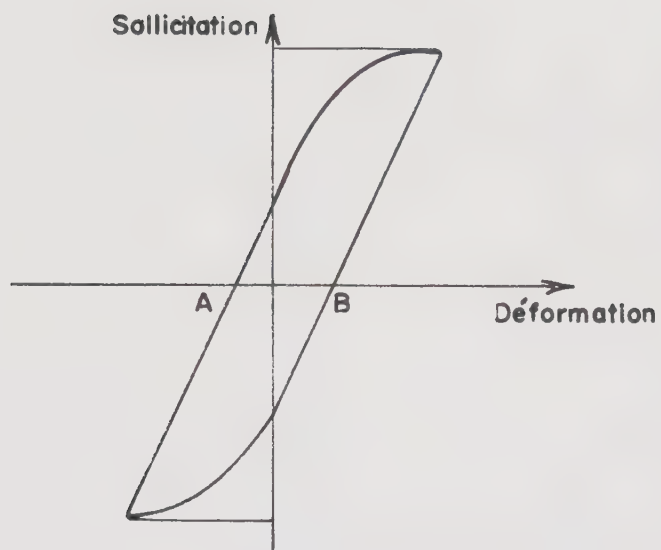


FIGURE 4

Points d'arrêt du chargement cyclique en contrôle des sollicitations.

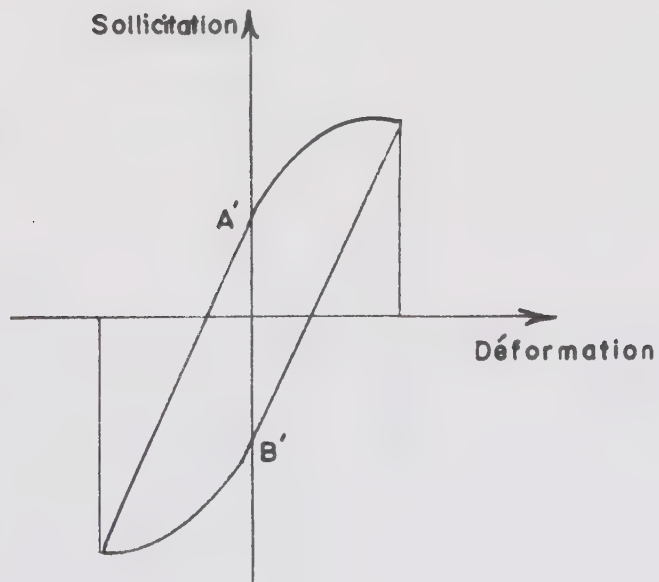


FIGURE 5

Points d'arrêt du chargement cyclique en contrôle des déformations.

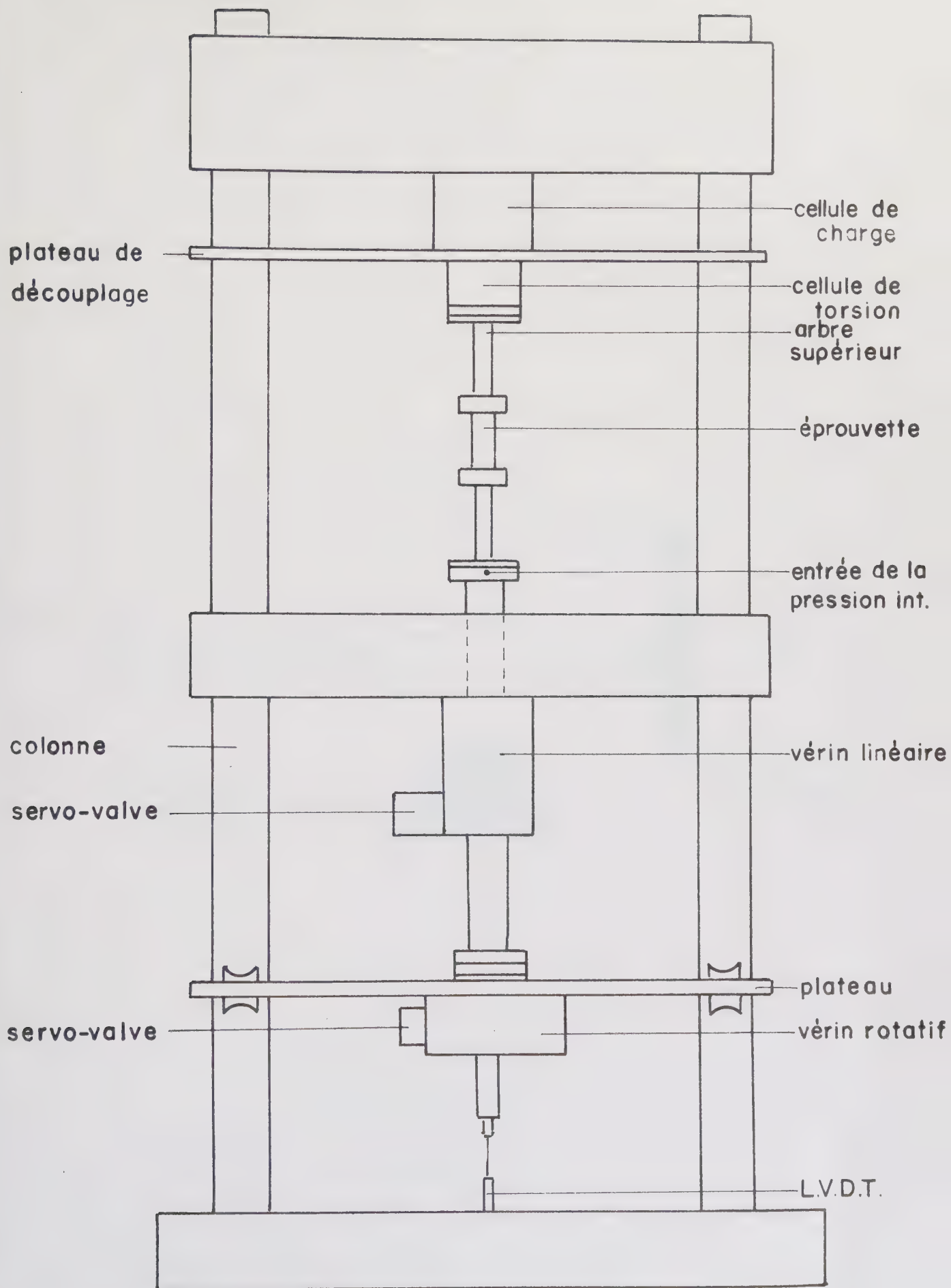


FIGURE 6 : Machine de traction et torsion

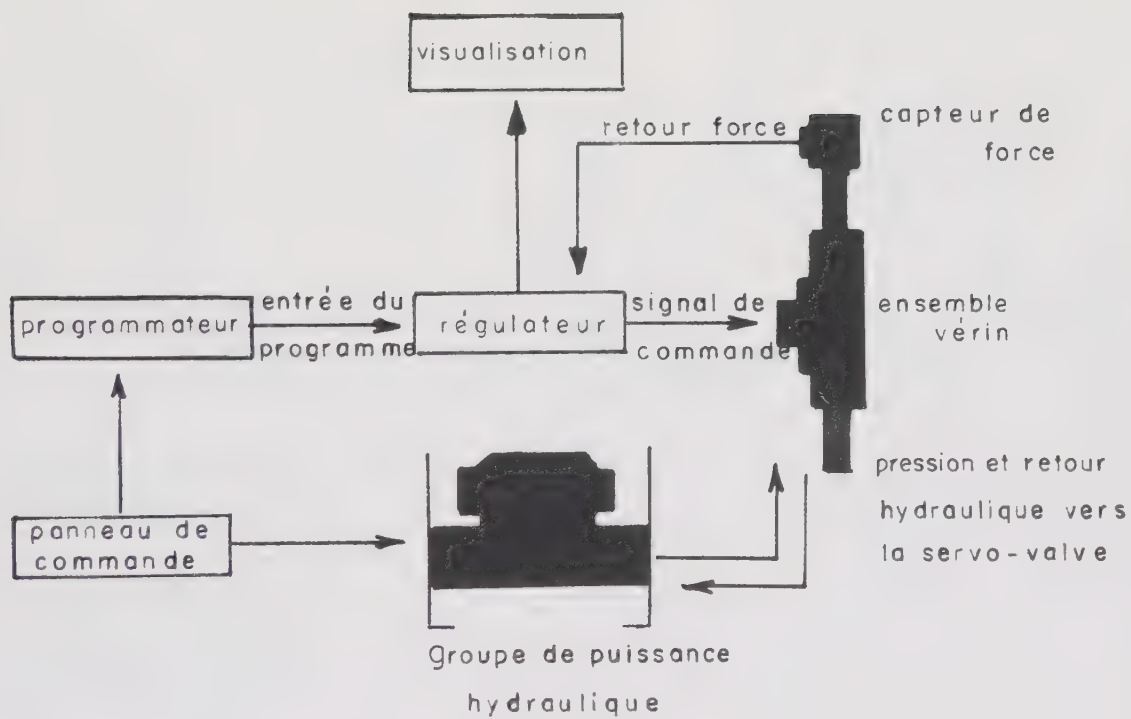


FIGURE 7

Système de commande asservie.

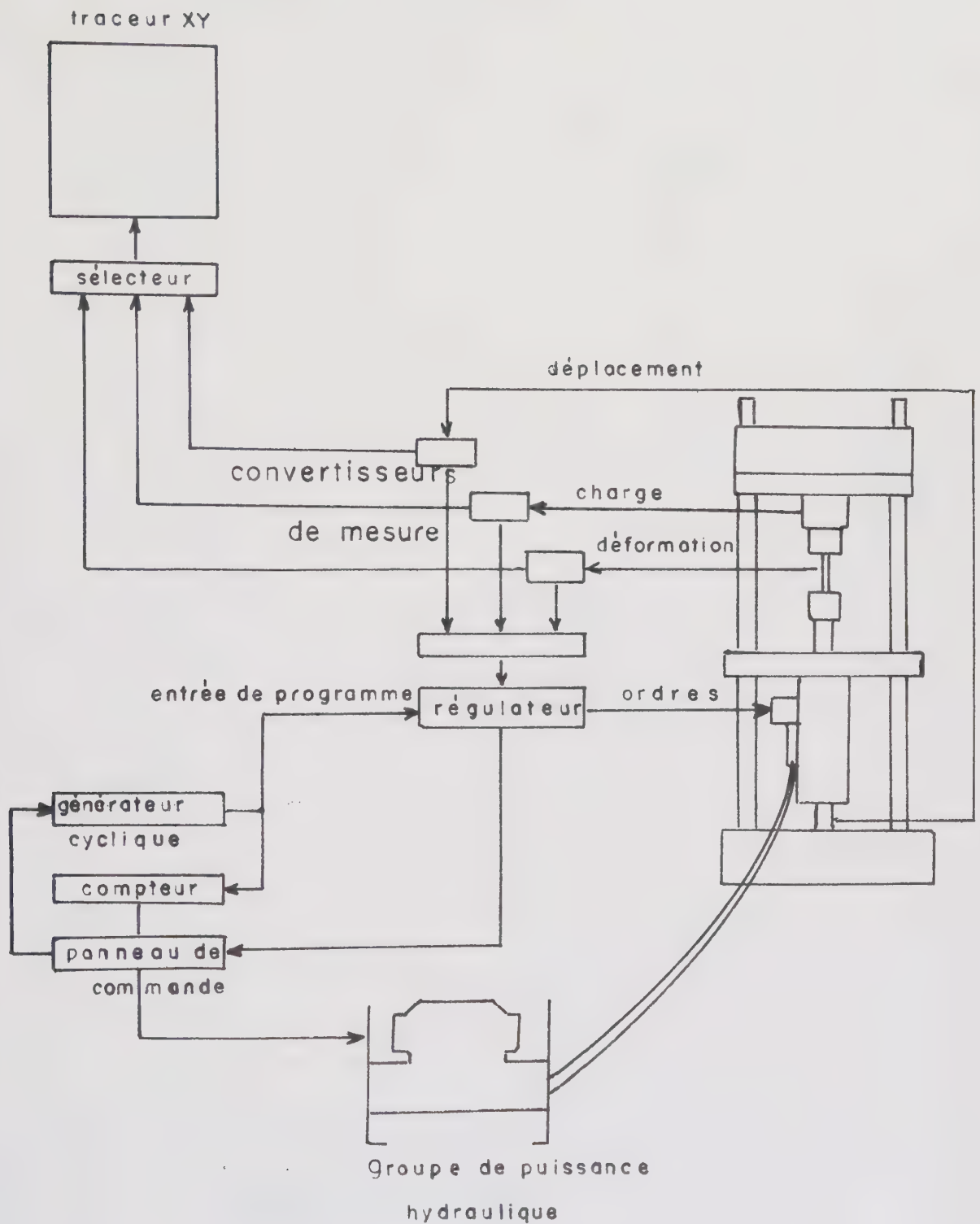


FIGURE 8

Régulateur d'asservissement.

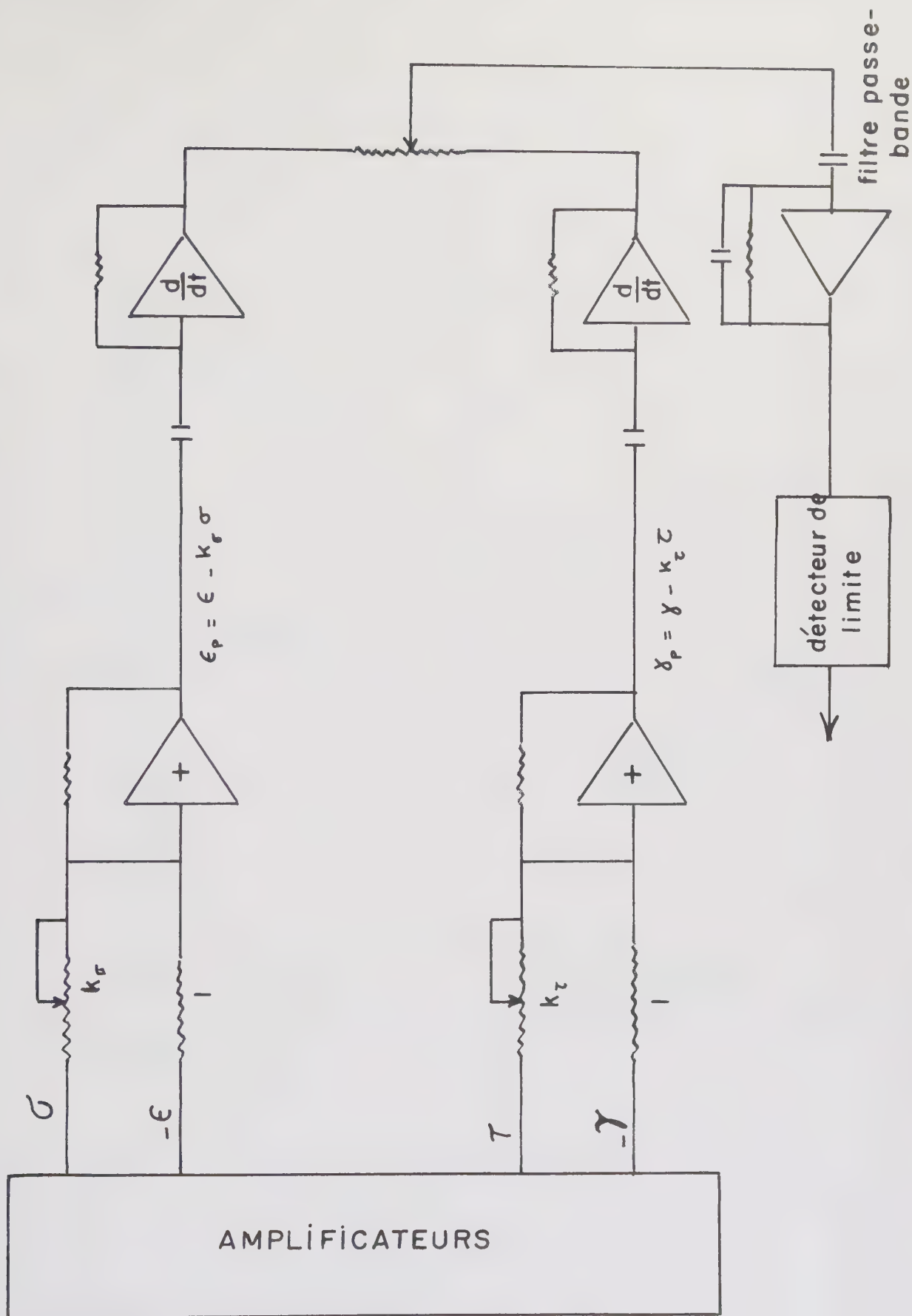


FIGURE 9

Détecteurs de limite.

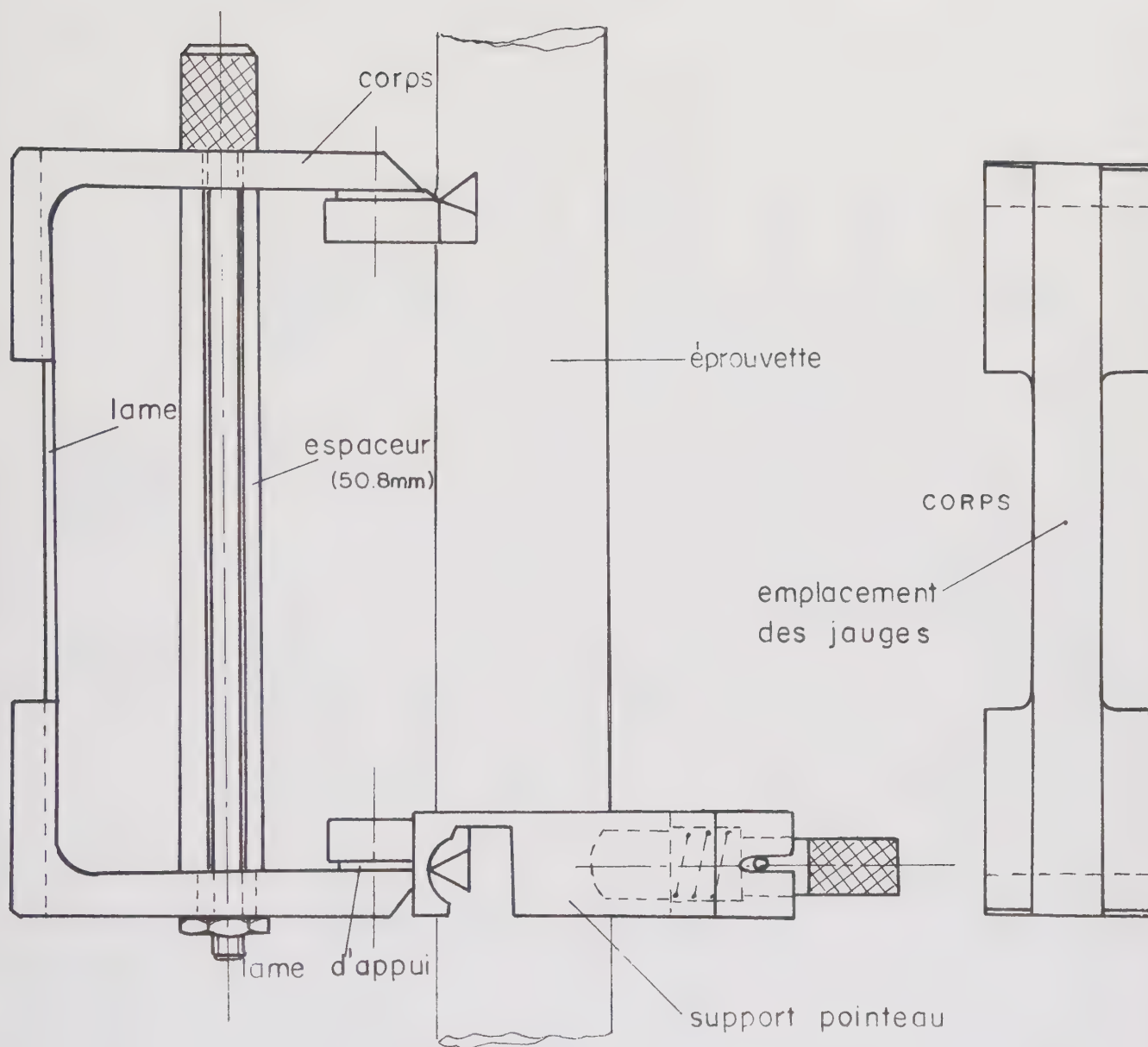


FIGURE 10

Extensomètre.

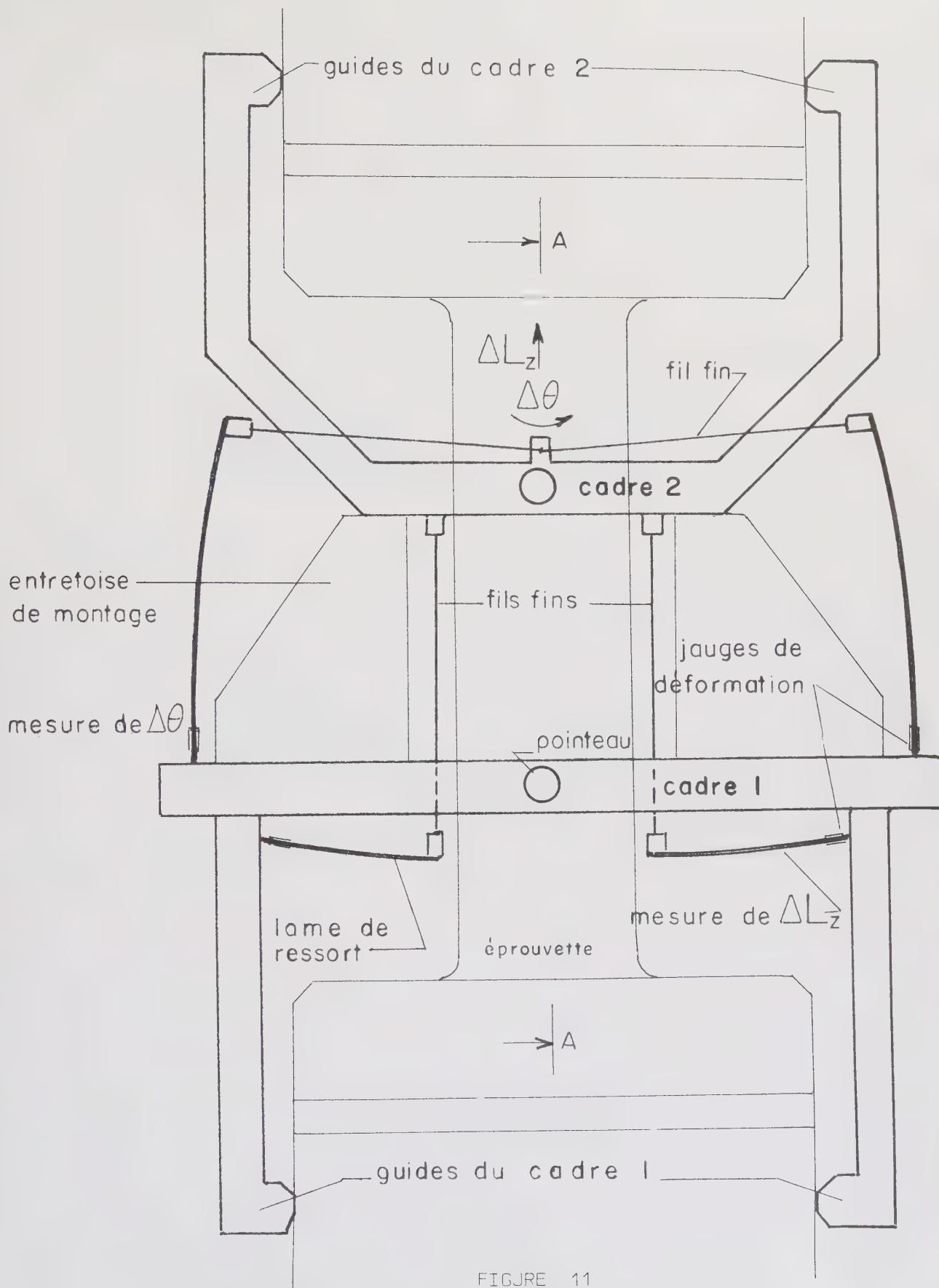


FIGURE 11

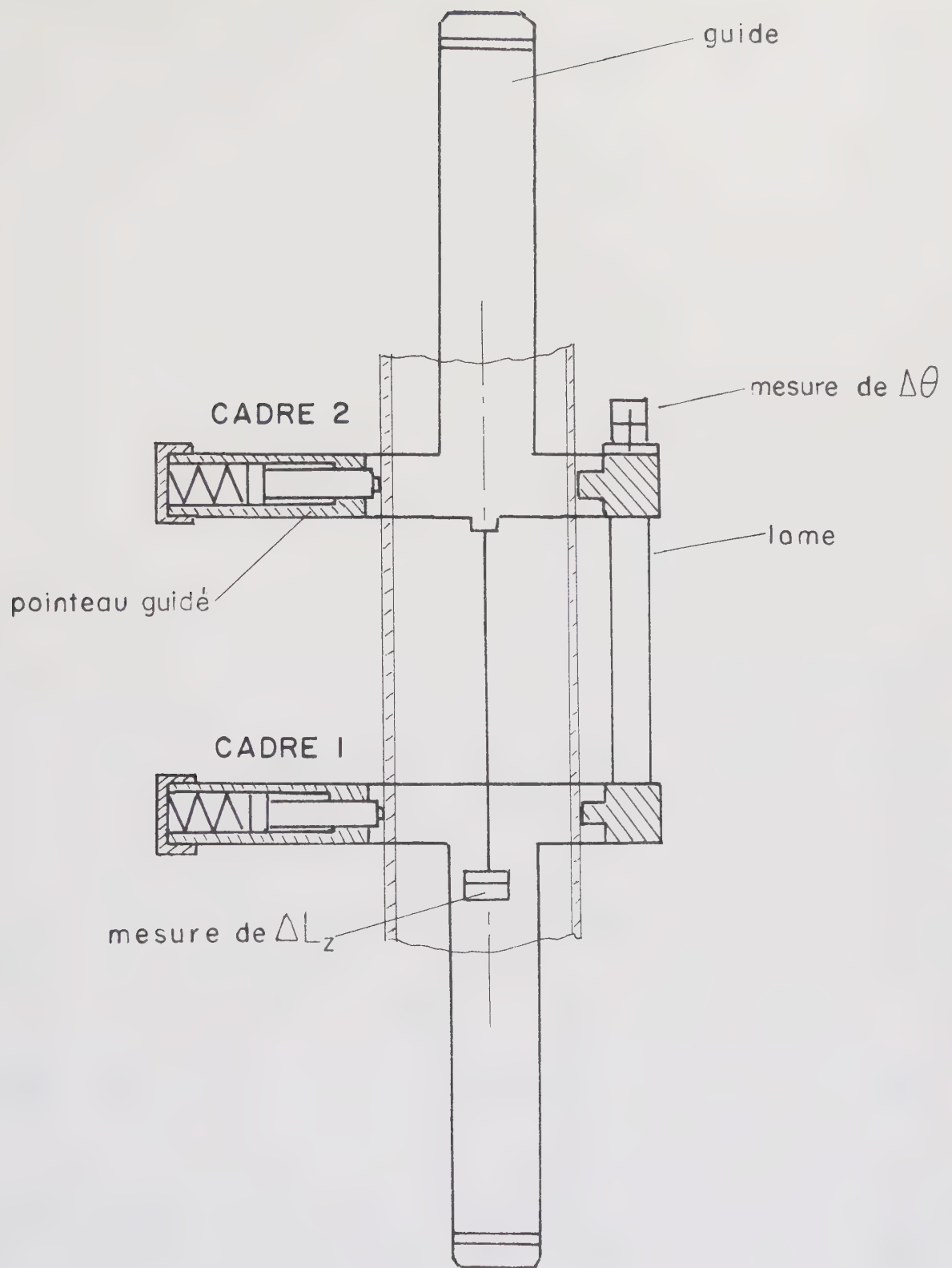


FIGURE 11

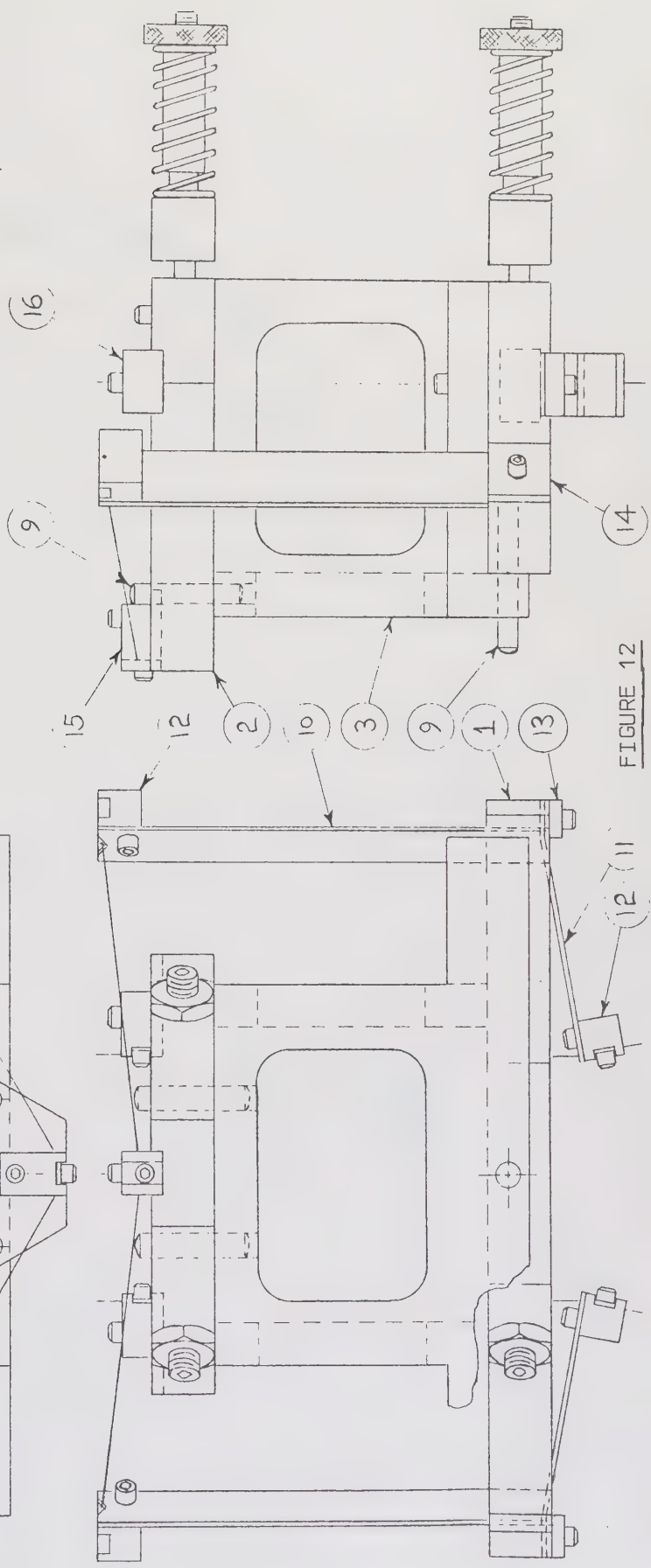
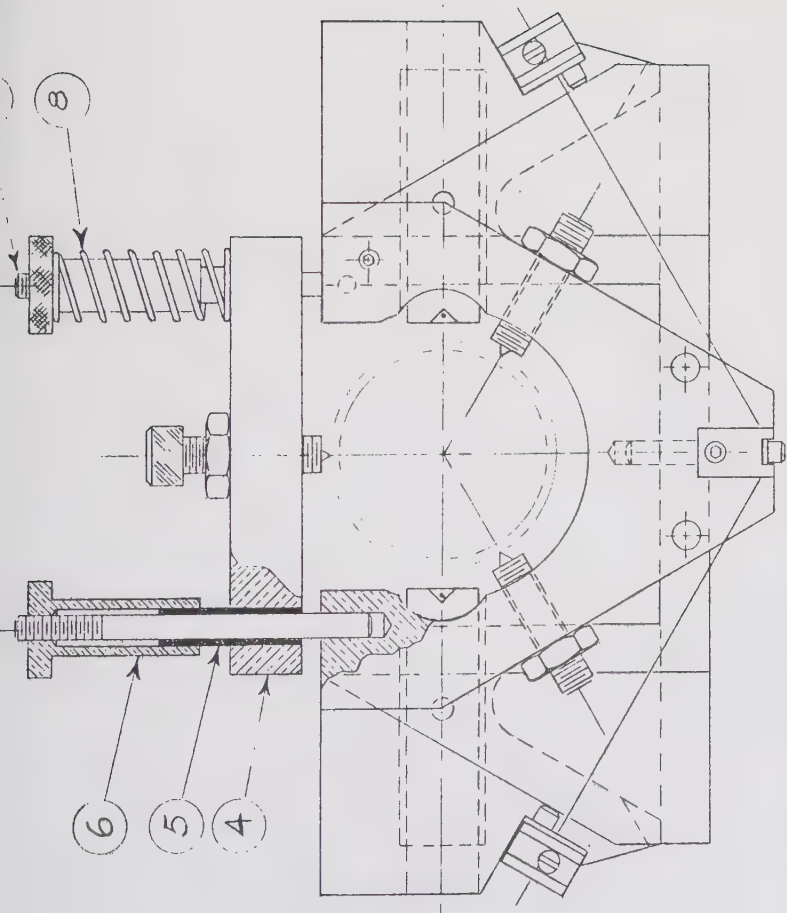


FIGURE 12

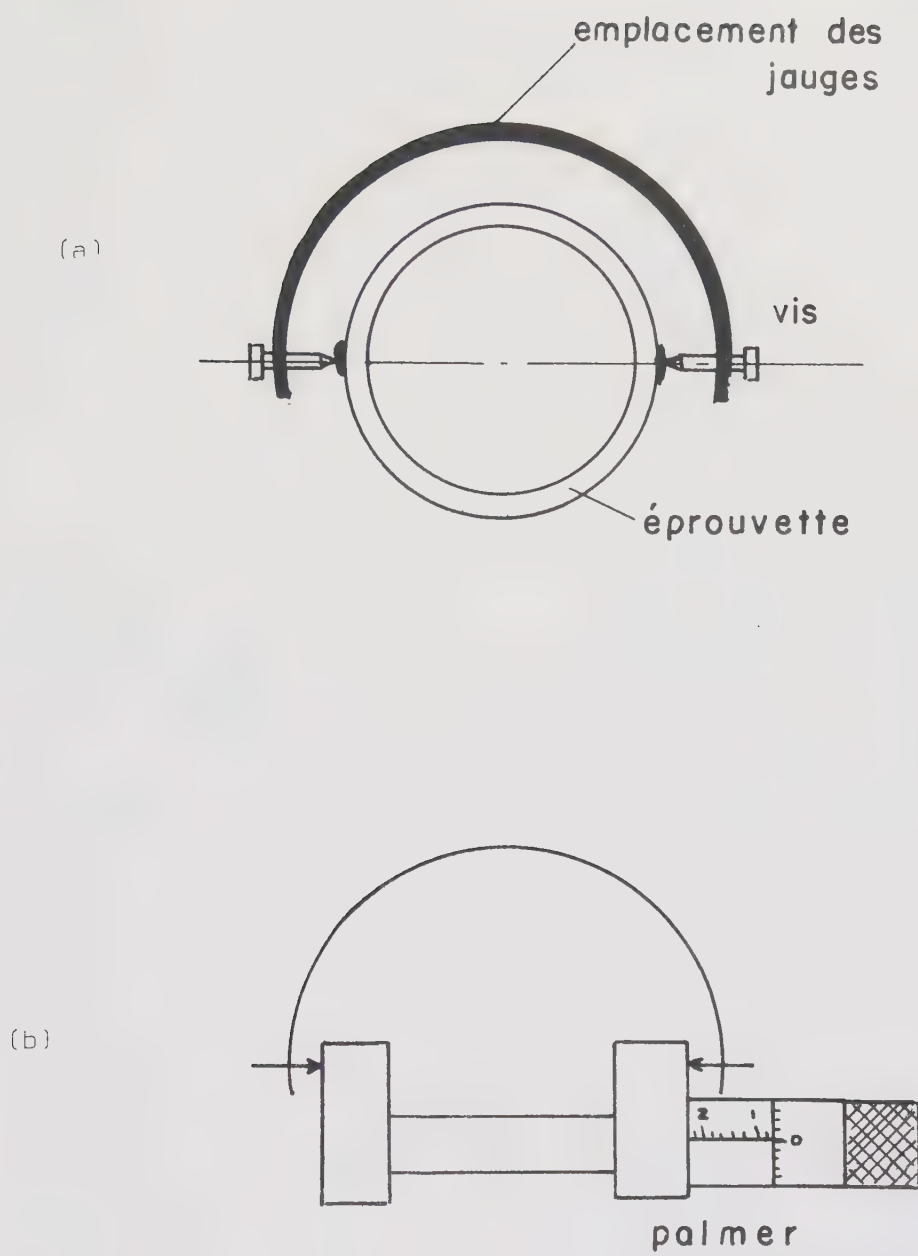


FIGURE 13

Expansomètre

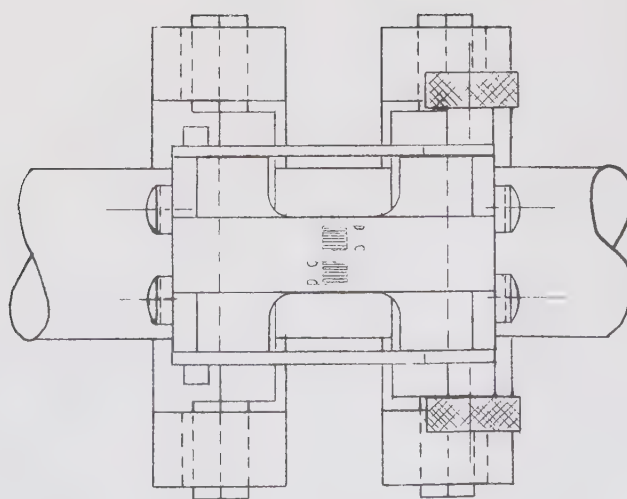
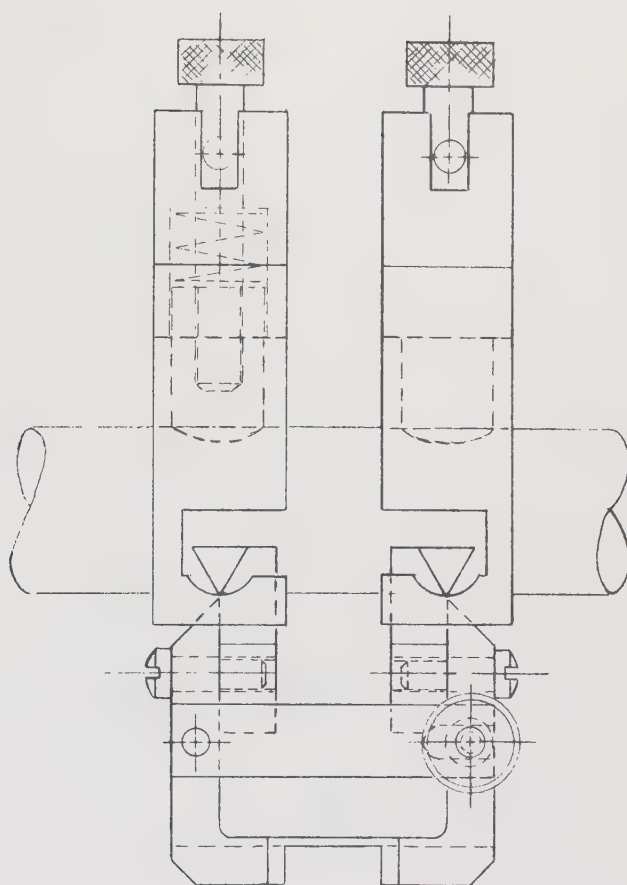
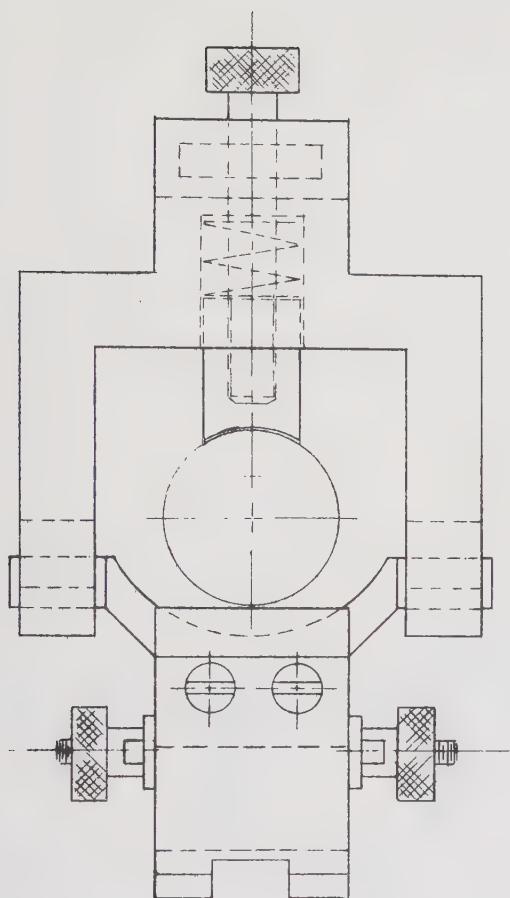


FIGURE 14

Extensomètre métrique.

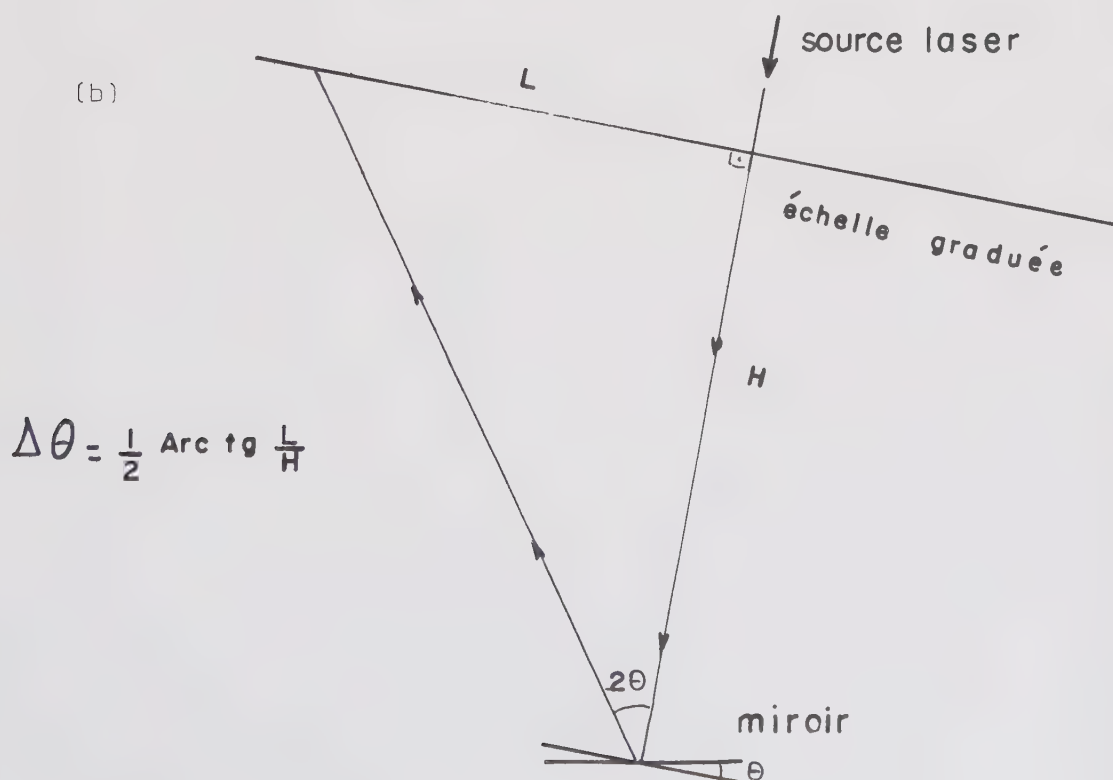
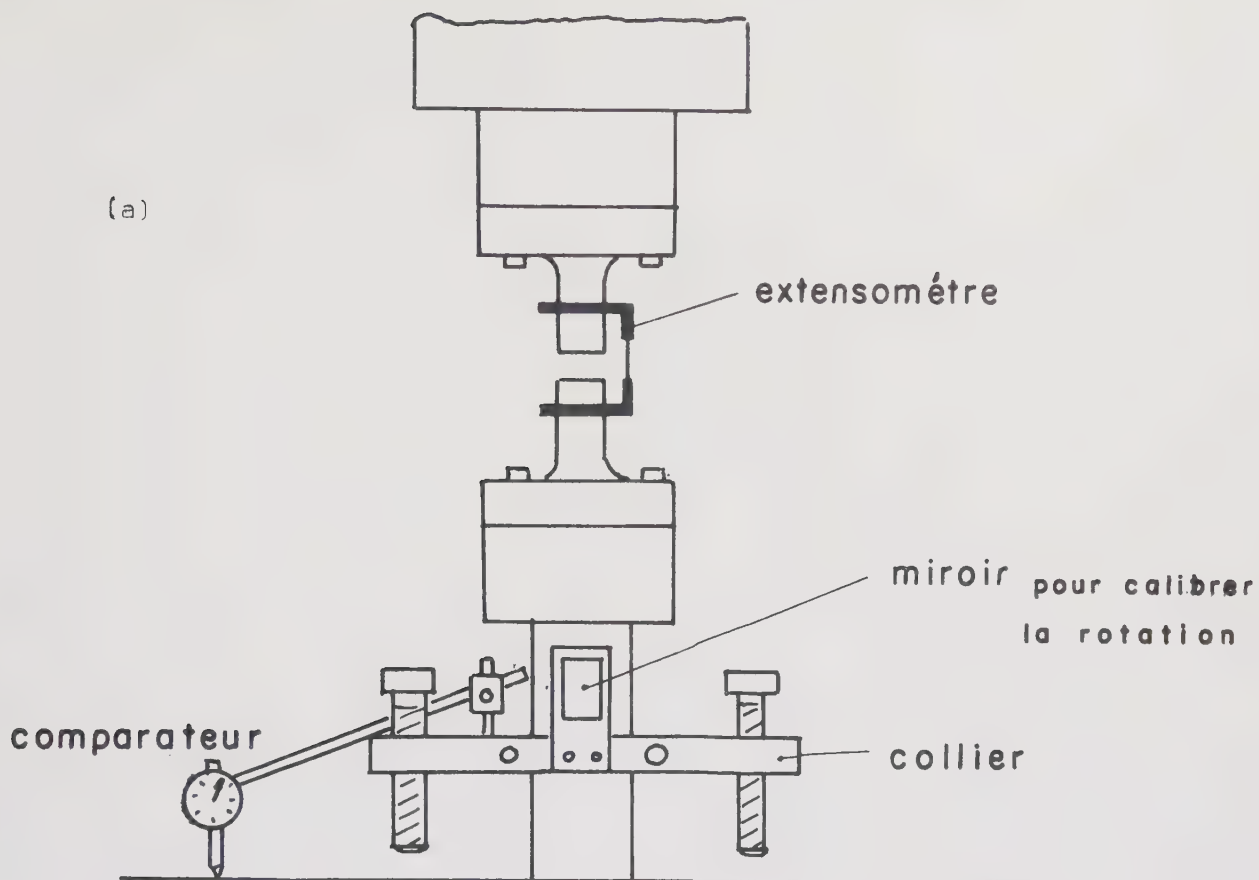


FIGURE 15

Principes de calibration.

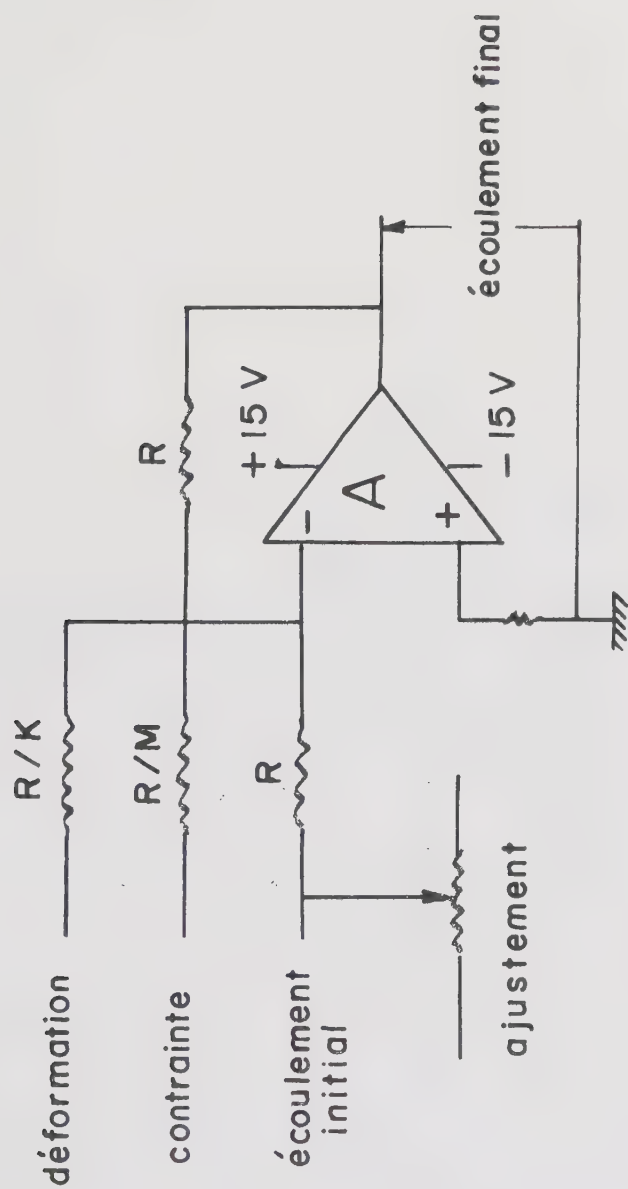


FIGURE 16

Amplificateur opérationnel.

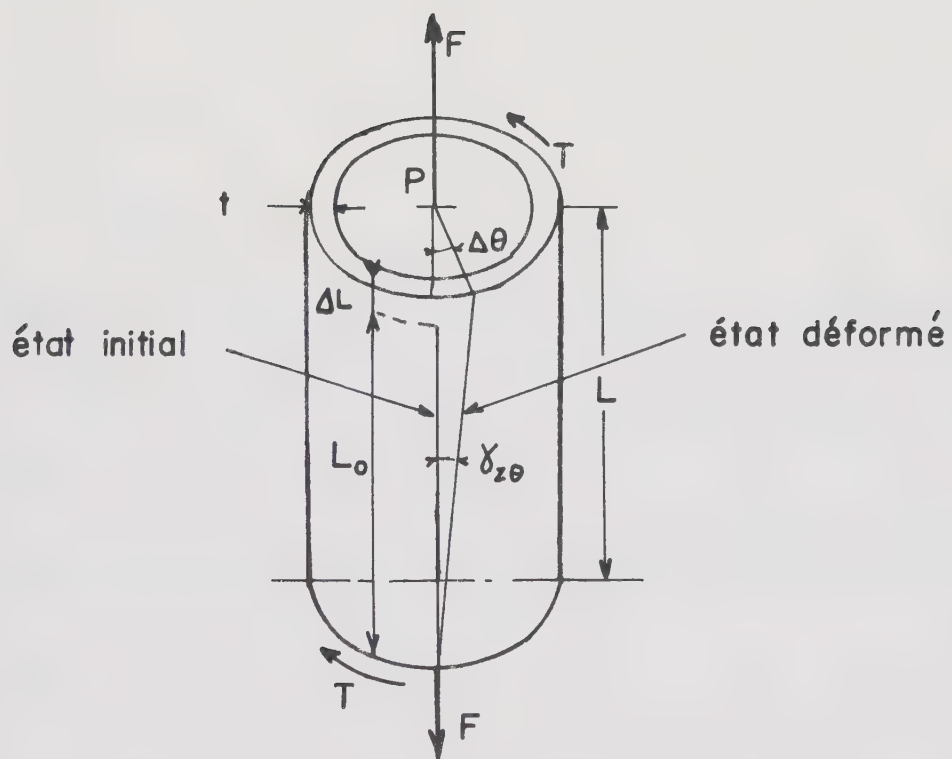


FIGURE 17

Description des contraintes et des déformations.

FIGURE 18

échantillon solide
essai monotone.

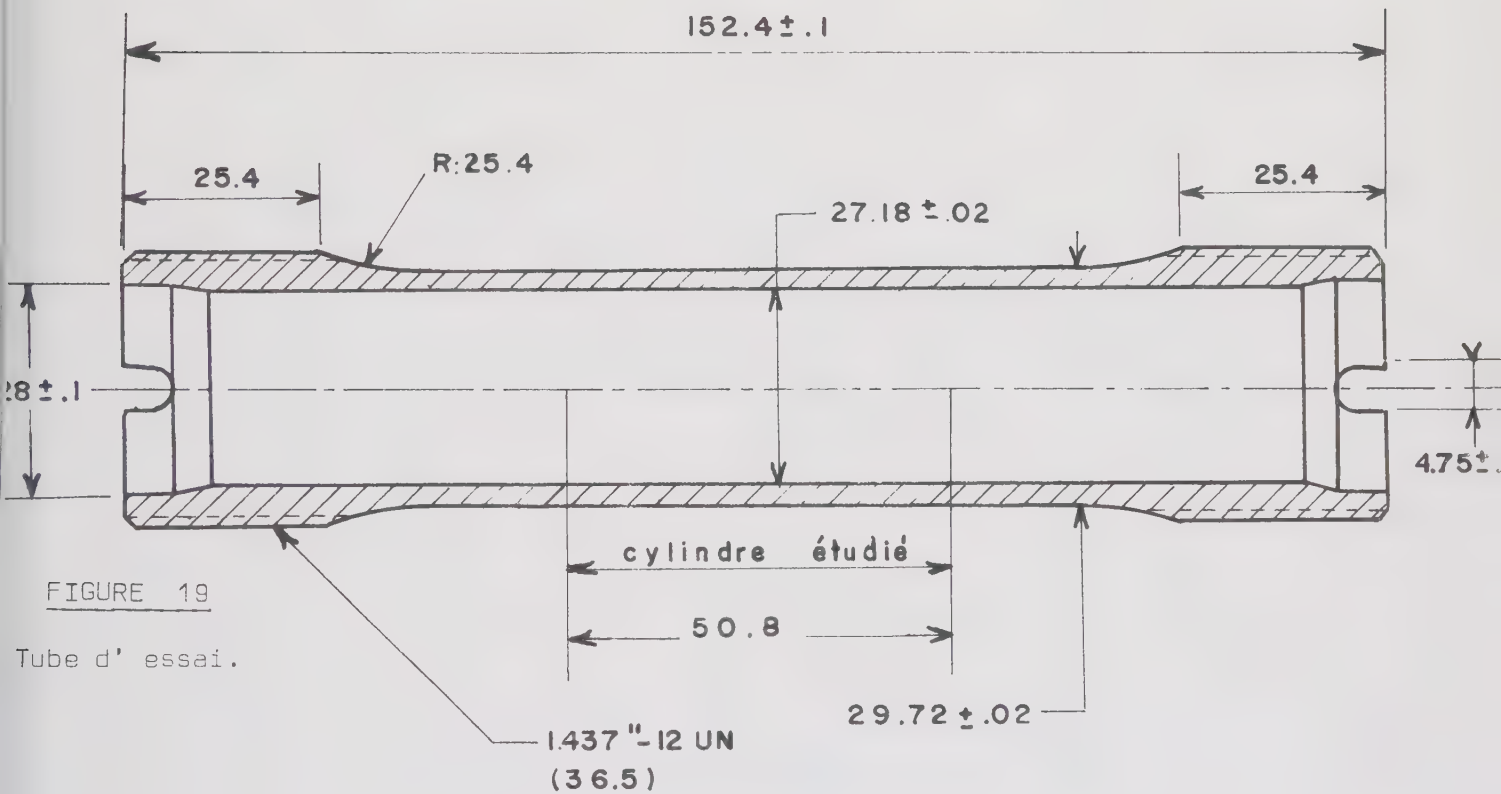
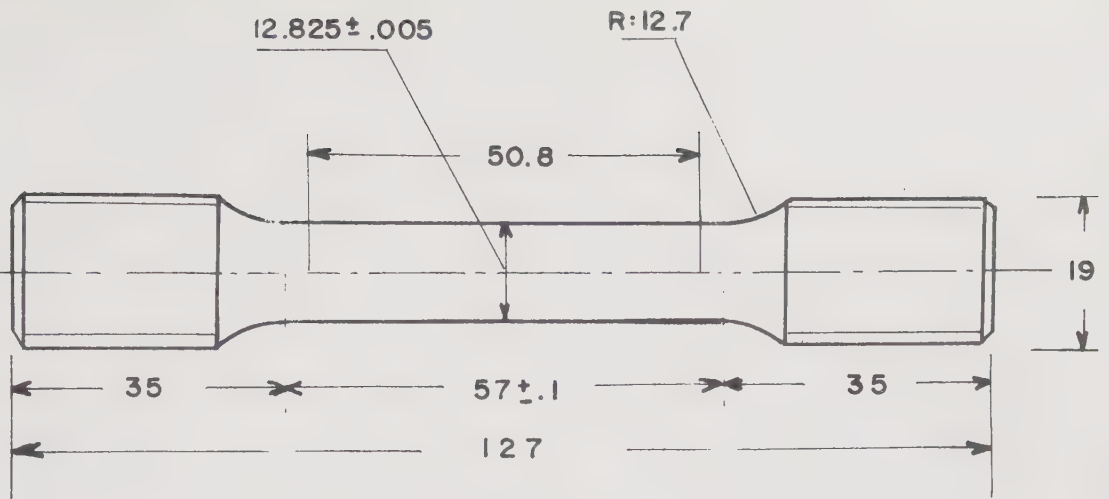
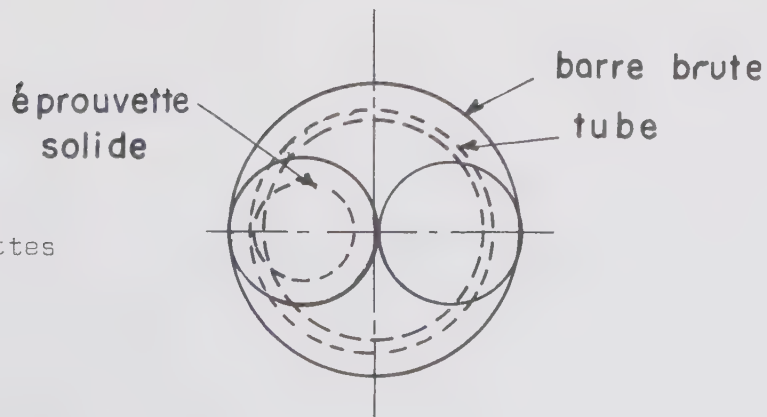


FIGURE 19

Tube d'essai.

FIGURE 20

Disposition des échantillons
dans la barre.



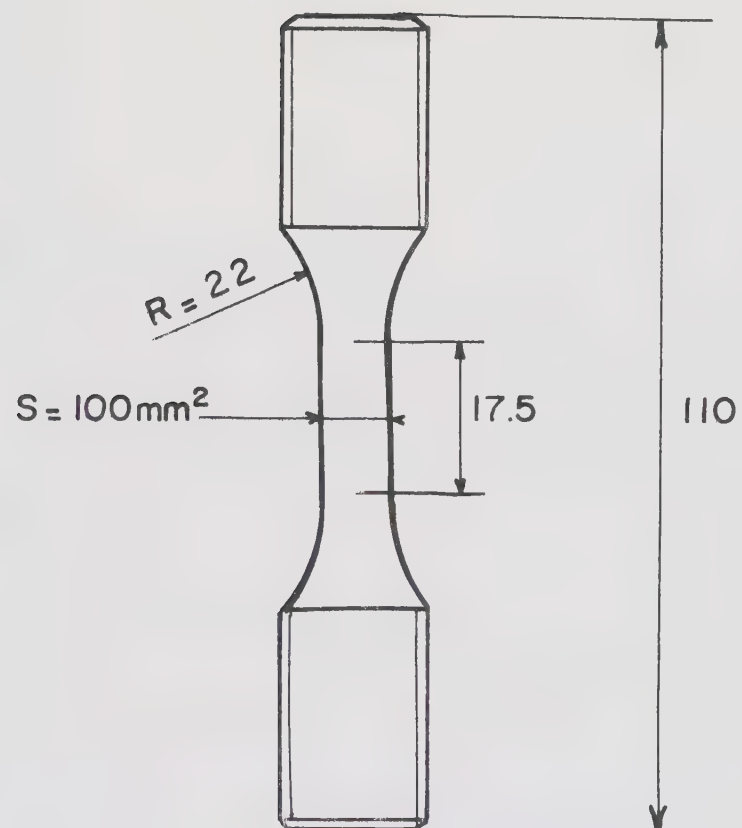


FIGURE 21

Eprouvette solide d'essai cyclique.

AI 2024

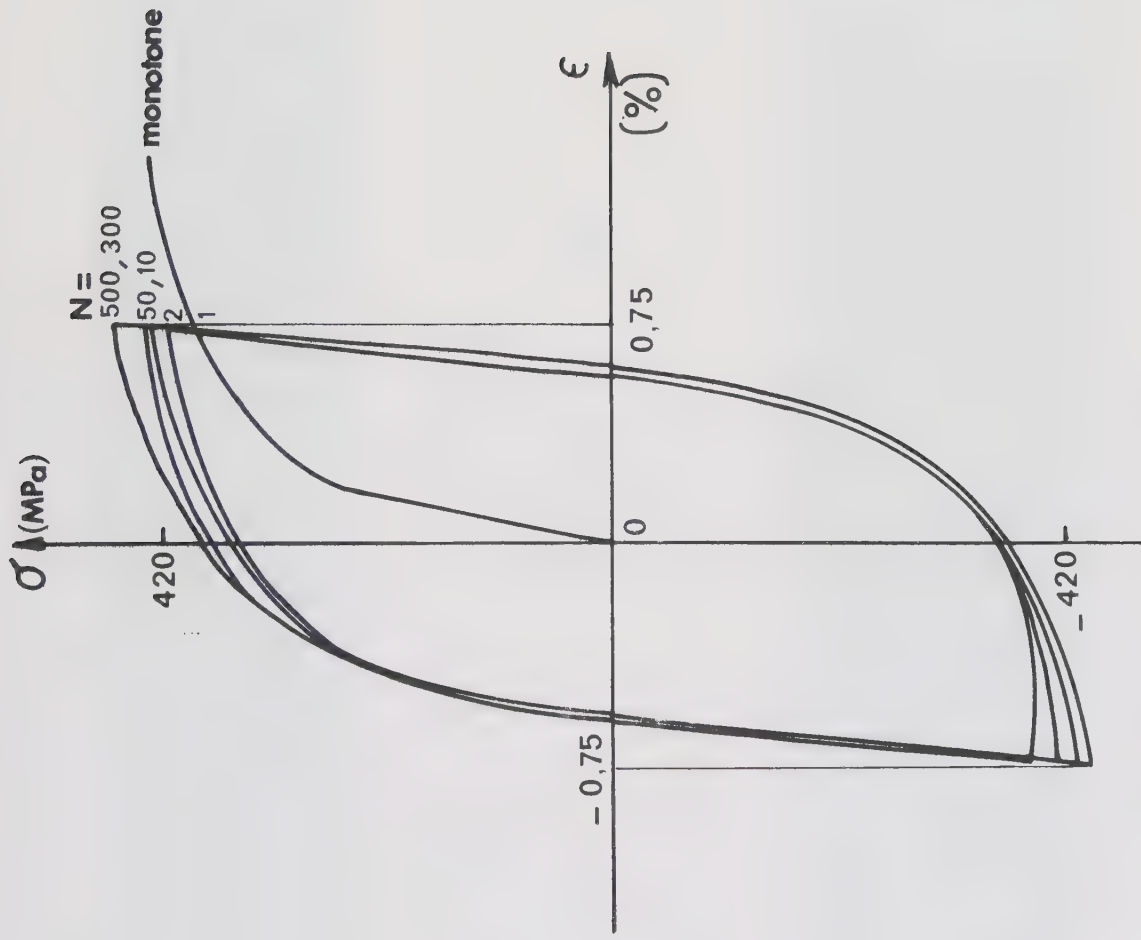


FIGURE 22

Boucles d'hystérésis suite à un chargement cyclique en contrôle des déformations.

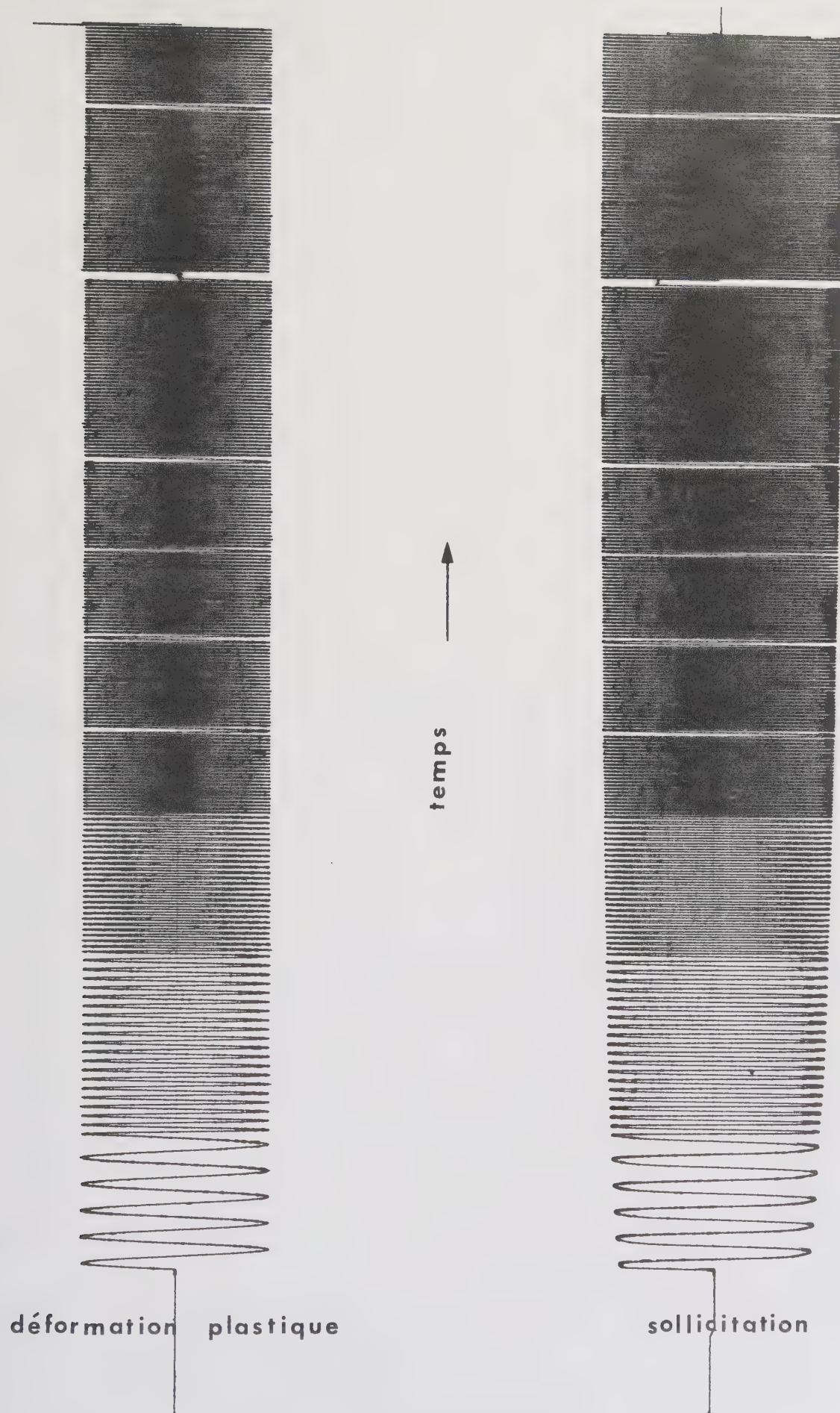


FIGURE 23 a

Courbes de réponse de l'Al. 2024 soumis à une déformation contrôlée $\Delta\bar{\epsilon} = 1,5 \%$;
2 % suivant la direction $\gamma = 2\epsilon$

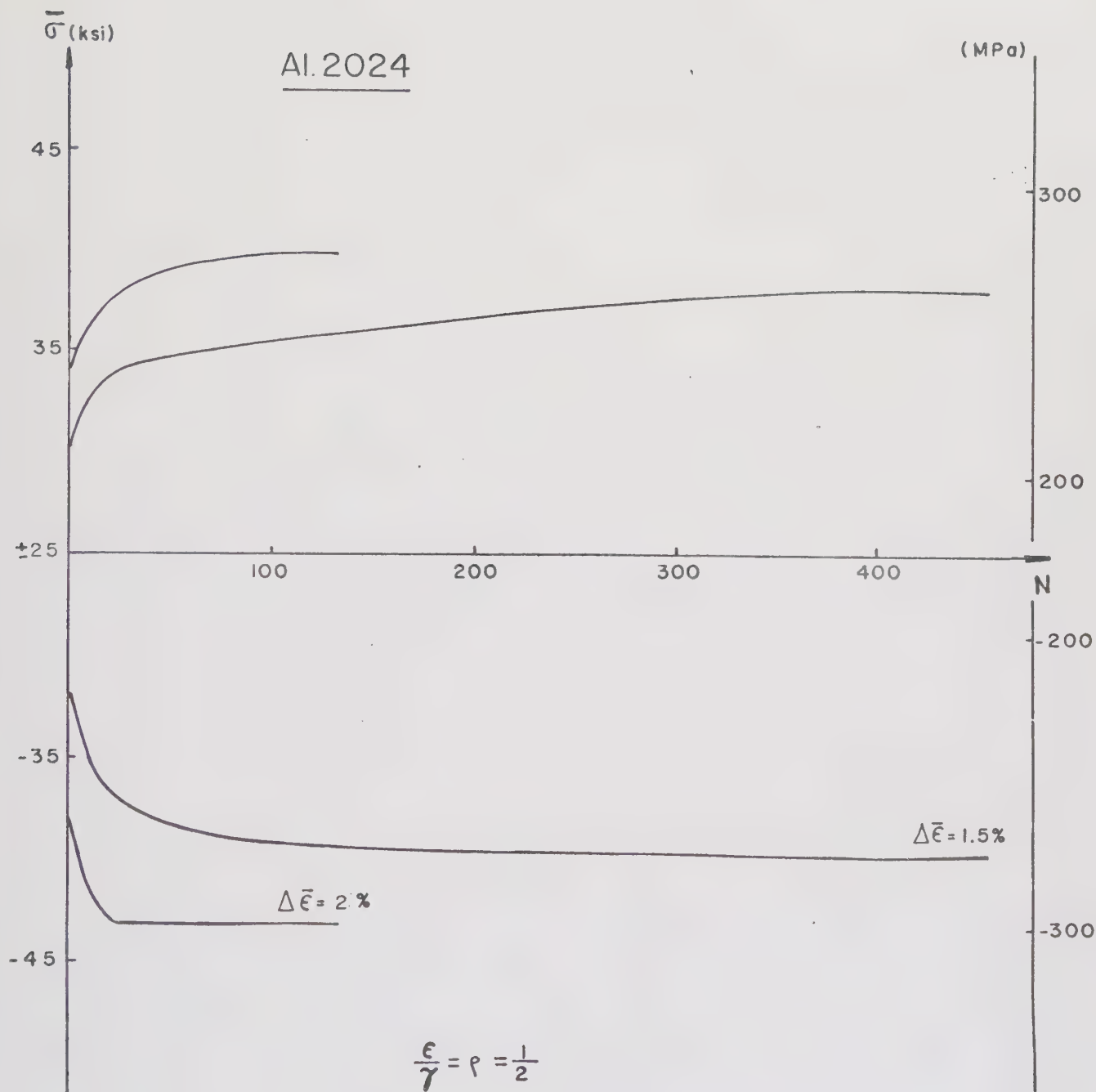


FIGURE 23 b

Courbes de réponse de l'Al. 2024 soumis à une déformation contrôlée $\Delta \bar{\epsilon} = 1,5\%$;
 2 % suivant la direction $\gamma = 2\epsilon$.

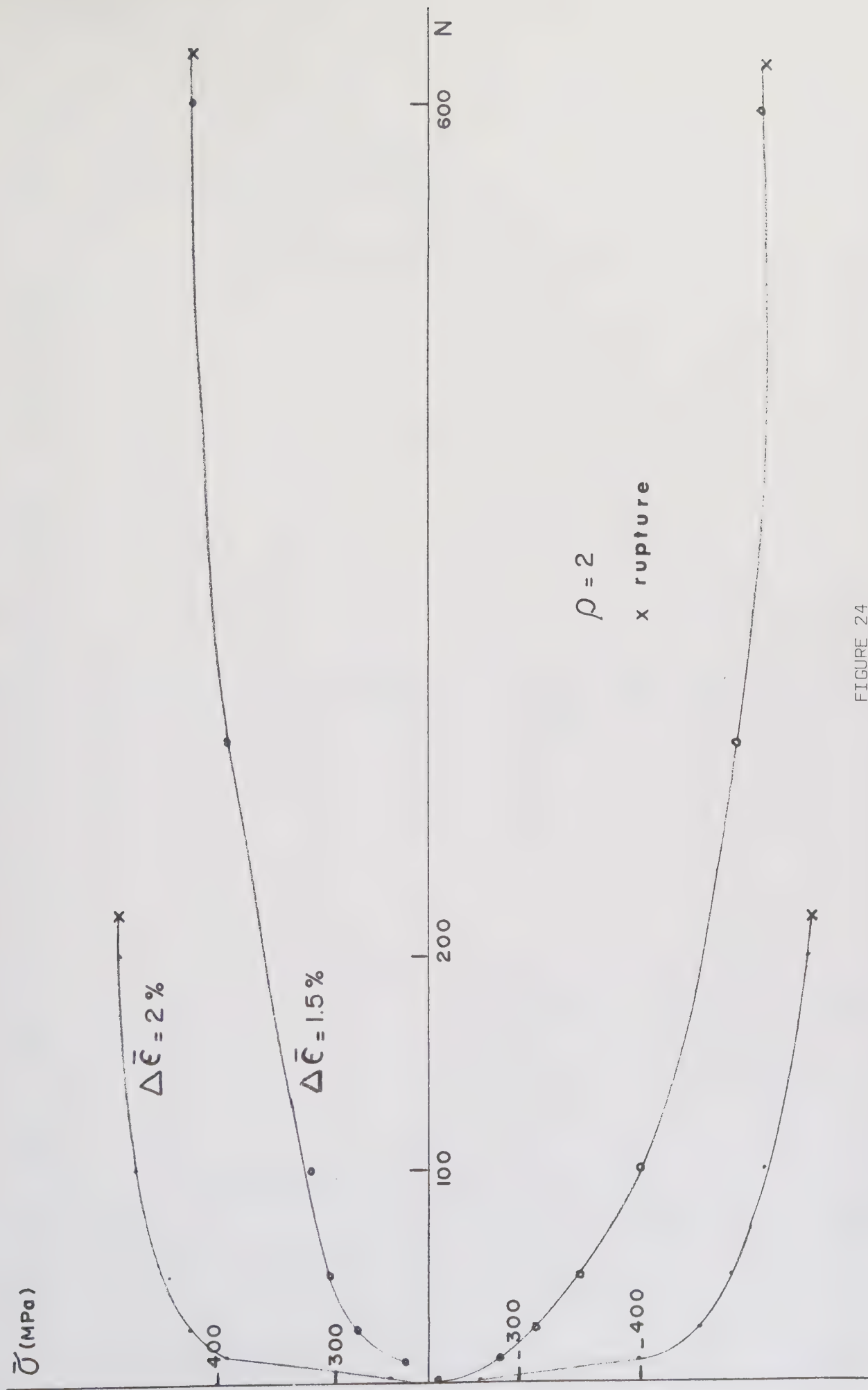
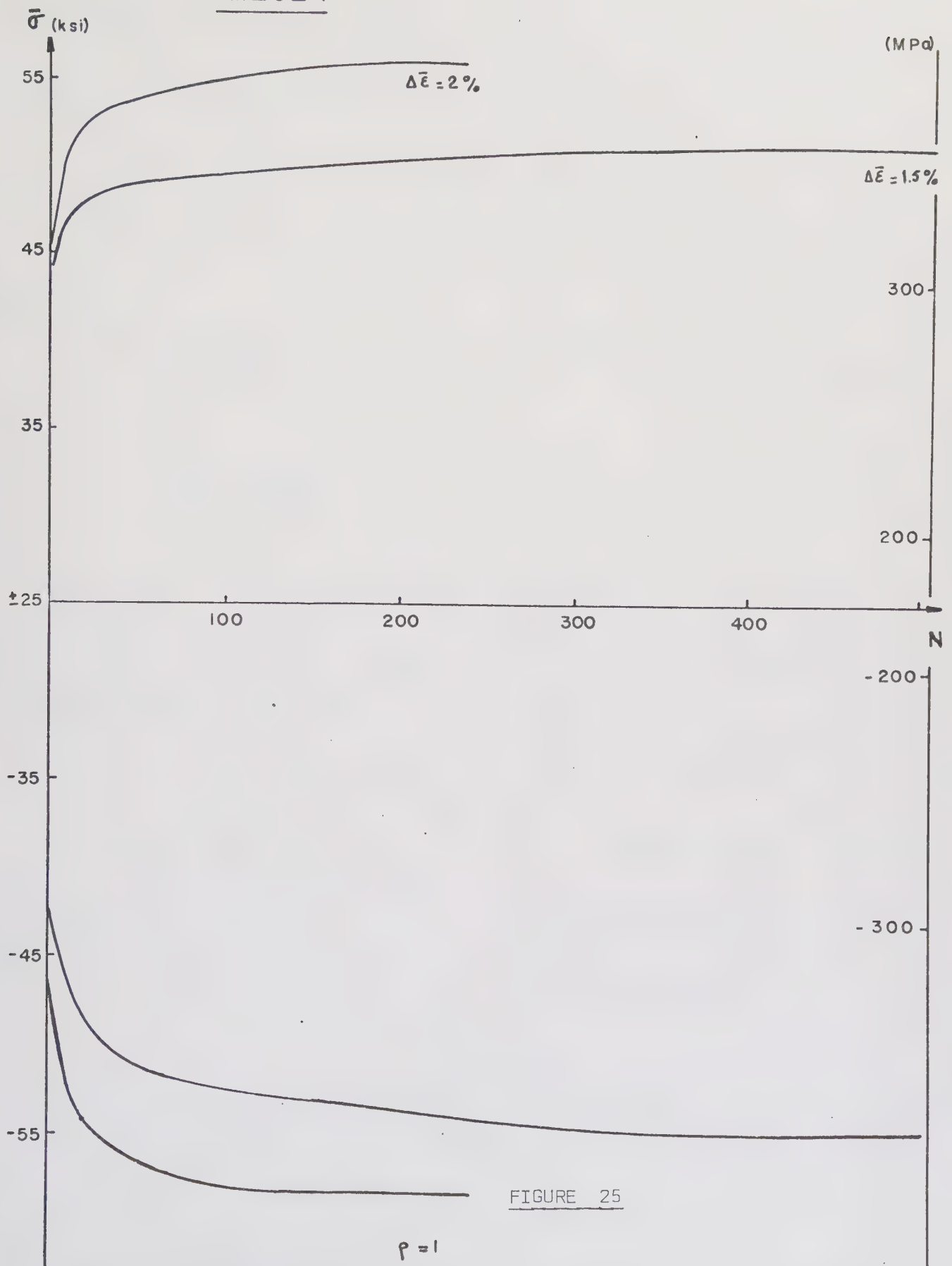


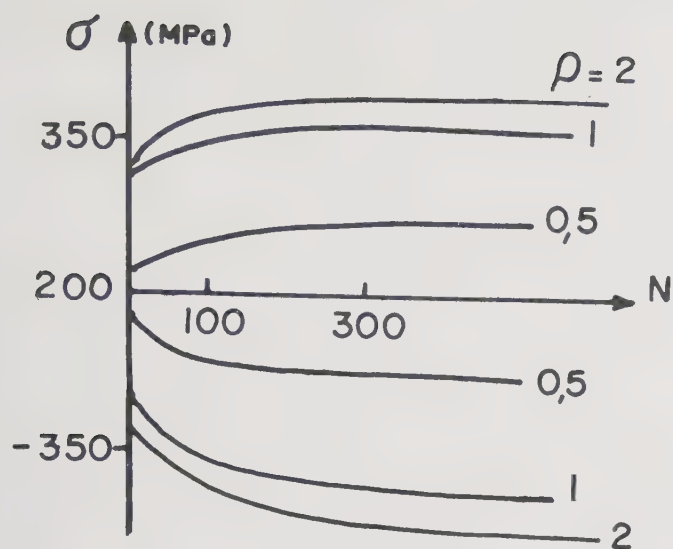
FIGURE 24

Courbes de réponse de 1'Al. 2024 soumis à une déformation contrôlée $\Delta \bar{\epsilon} = 1,5\%$; 2% suivant la direction $\epsilon = 2\gamma$

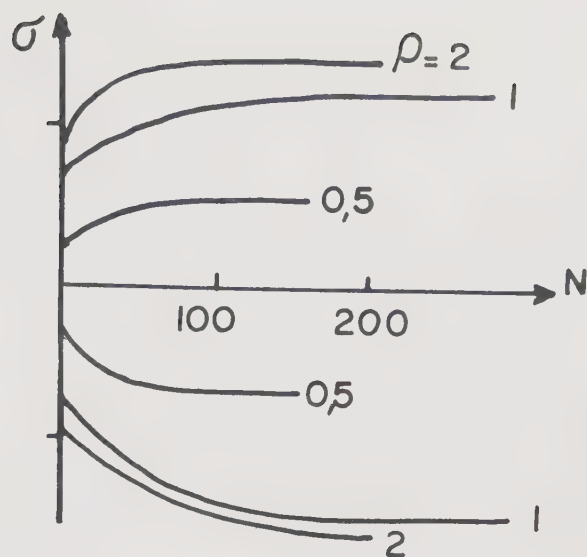
Al. 2024



Courbes de réponse de l'Al. 2024 soumis à une déformation contrôlée $\Delta \bar{\epsilon} = 1,5\%$;
2 % suivant la direction $\epsilon = \gamma$.



$\Delta \bar{\epsilon} = 1.5\%$



$\Delta \bar{\epsilon} = 2\%$

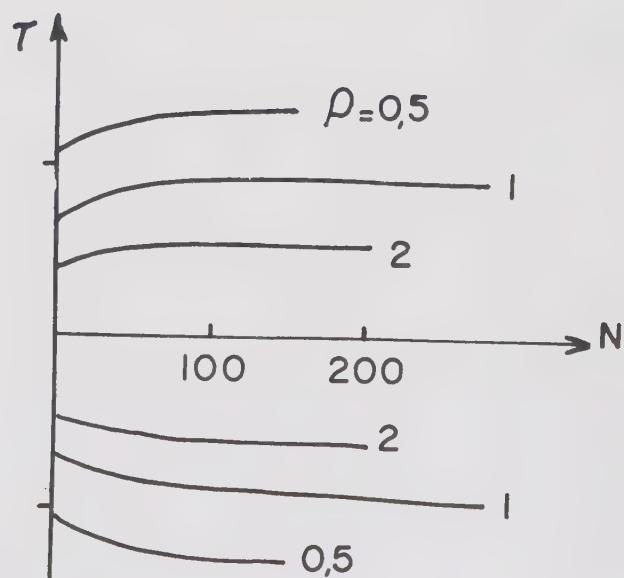
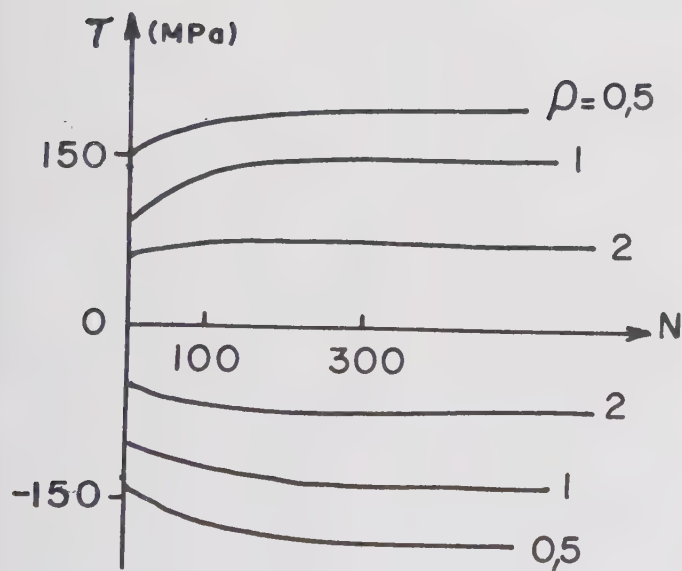


FIGURE 26

Comparaison des courbes de réponse de l'Al. 2024 soumis à une déformation contrôlée $\Delta \bar{\epsilon} = 1,5\%$; 2% suivant trois directions.

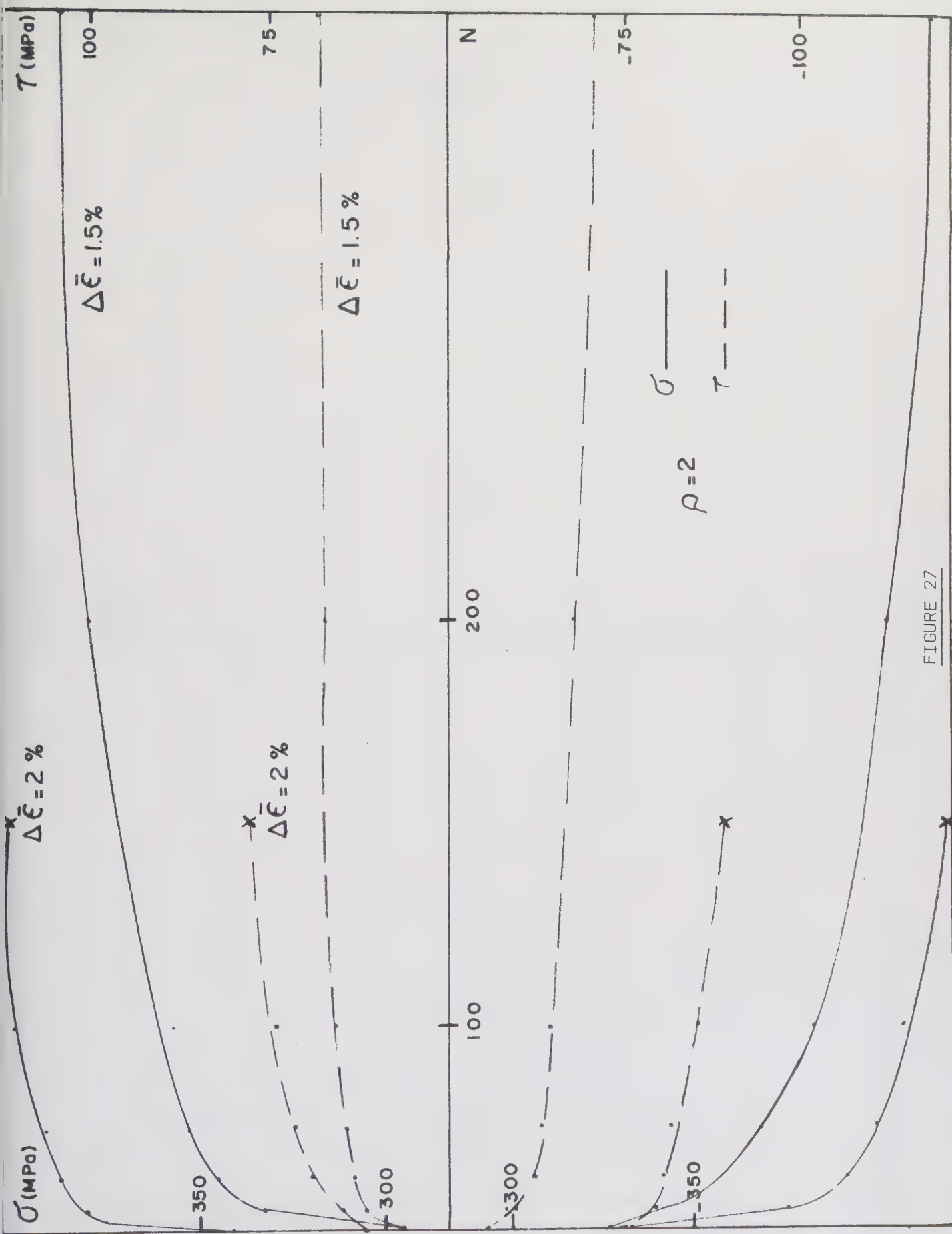
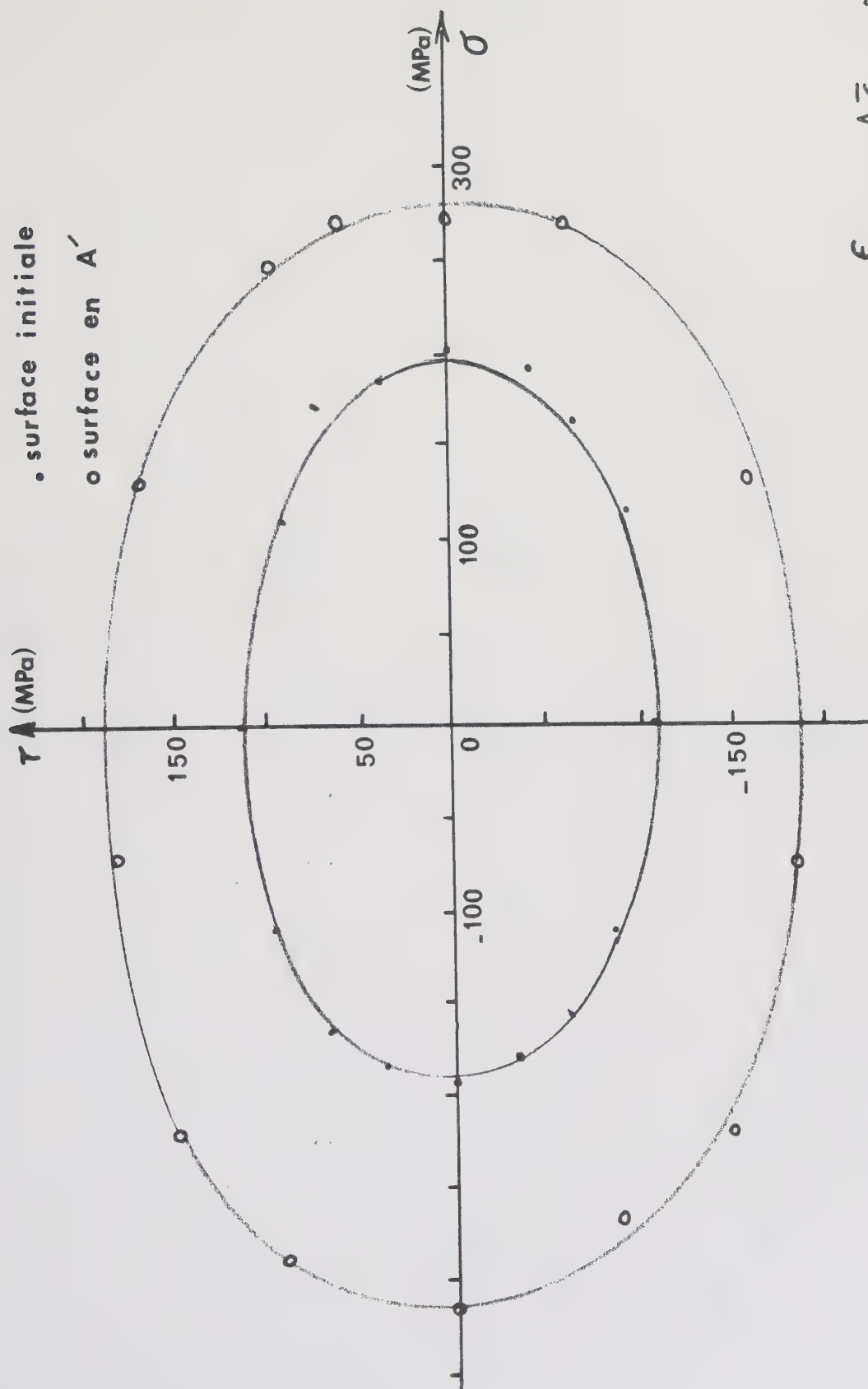


FIGURE 27

Courbes de réponse en σ et τ de l'Al. 2024 soumis à une déformation contrôlée $\Delta\bar{\epsilon} = 1,5\%$; 2% suivant la direction

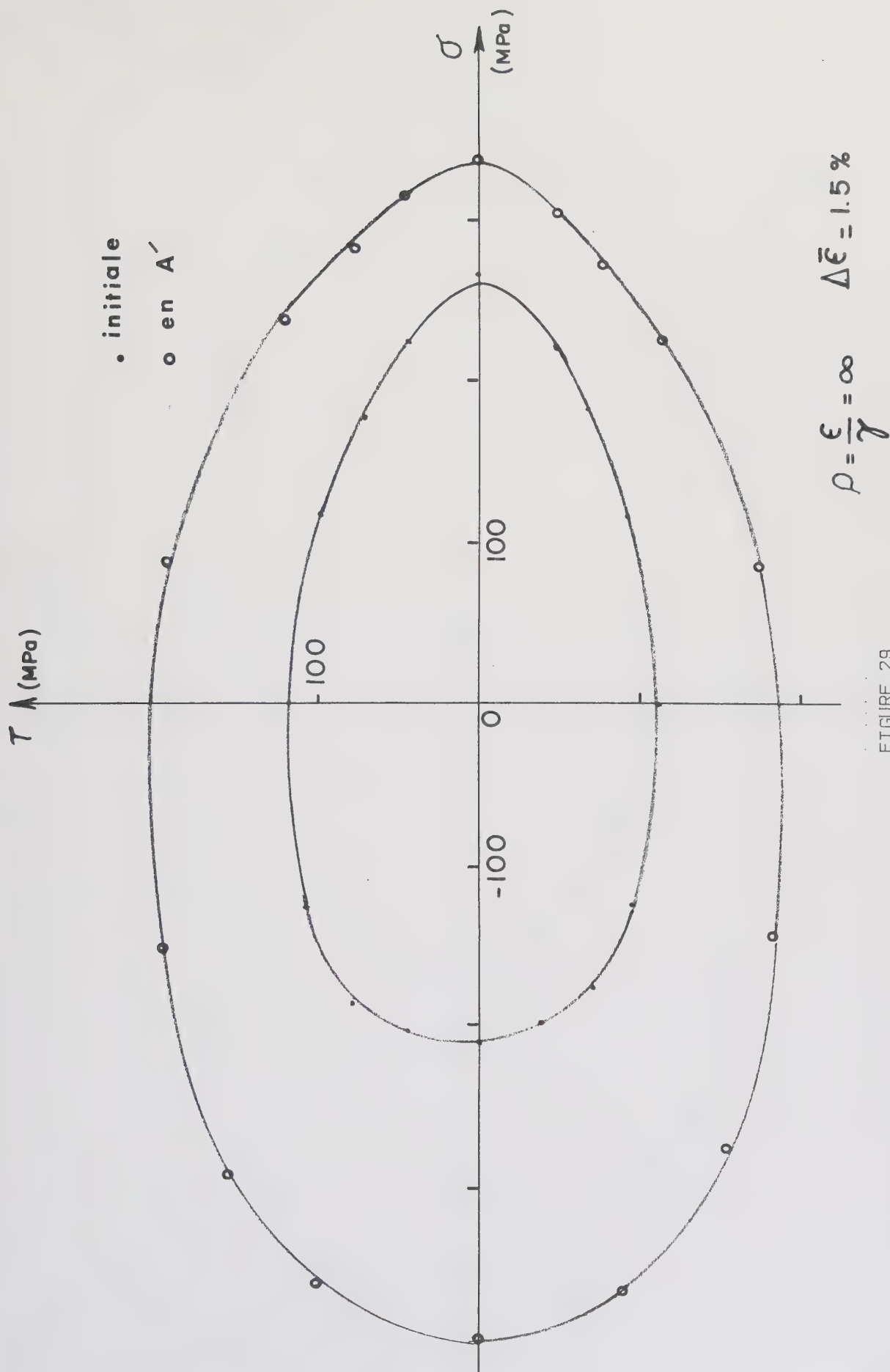
$$\epsilon = 2\gamma$$



$$\rho = \frac{\epsilon}{\gamma} = \infty \quad \Delta \bar{\epsilon} = 1.5 \%$$

FIGURE 28

Surfaces d'écoulement initiale et à l'état stable de l'Al. 2024 soumis à une déformation contrôlée $\Delta \bar{\epsilon} = 1,5 \%$ en chargement axial.



Surfaces d'écoulement initiale et finale de l'Al. 2024 soumis à une déformation contrôlée $\Delta \bar{\epsilon} = 1.5\%$ en chargement axial.

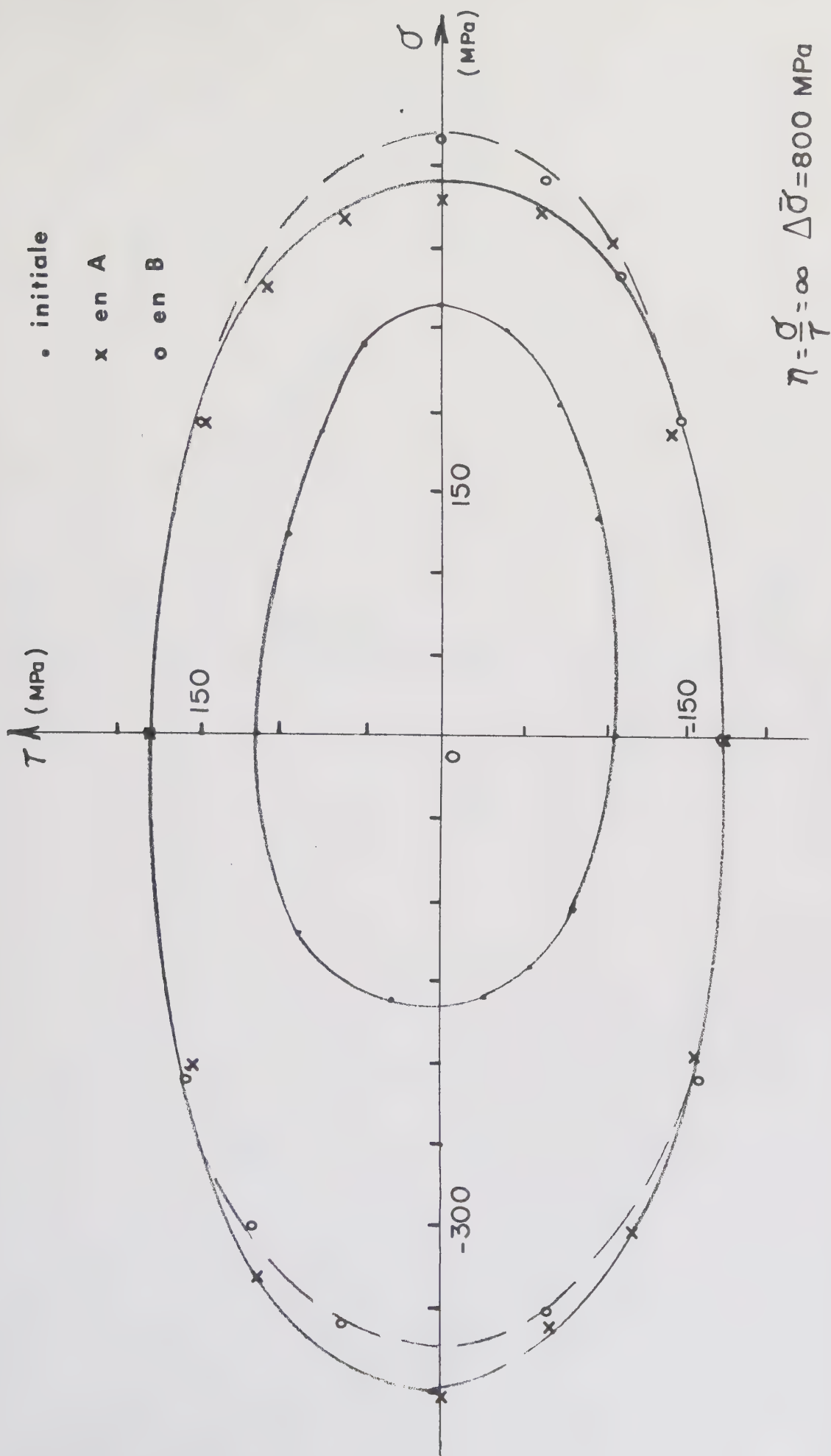


FIGURE 30

Surfaces d'écoulement initiale et à l'état stable de l'Al. 2024 soumis à une contrainte contrôlée $\Delta \bar{\sigma} = 800 \text{ MPa}$ en chargement axial.

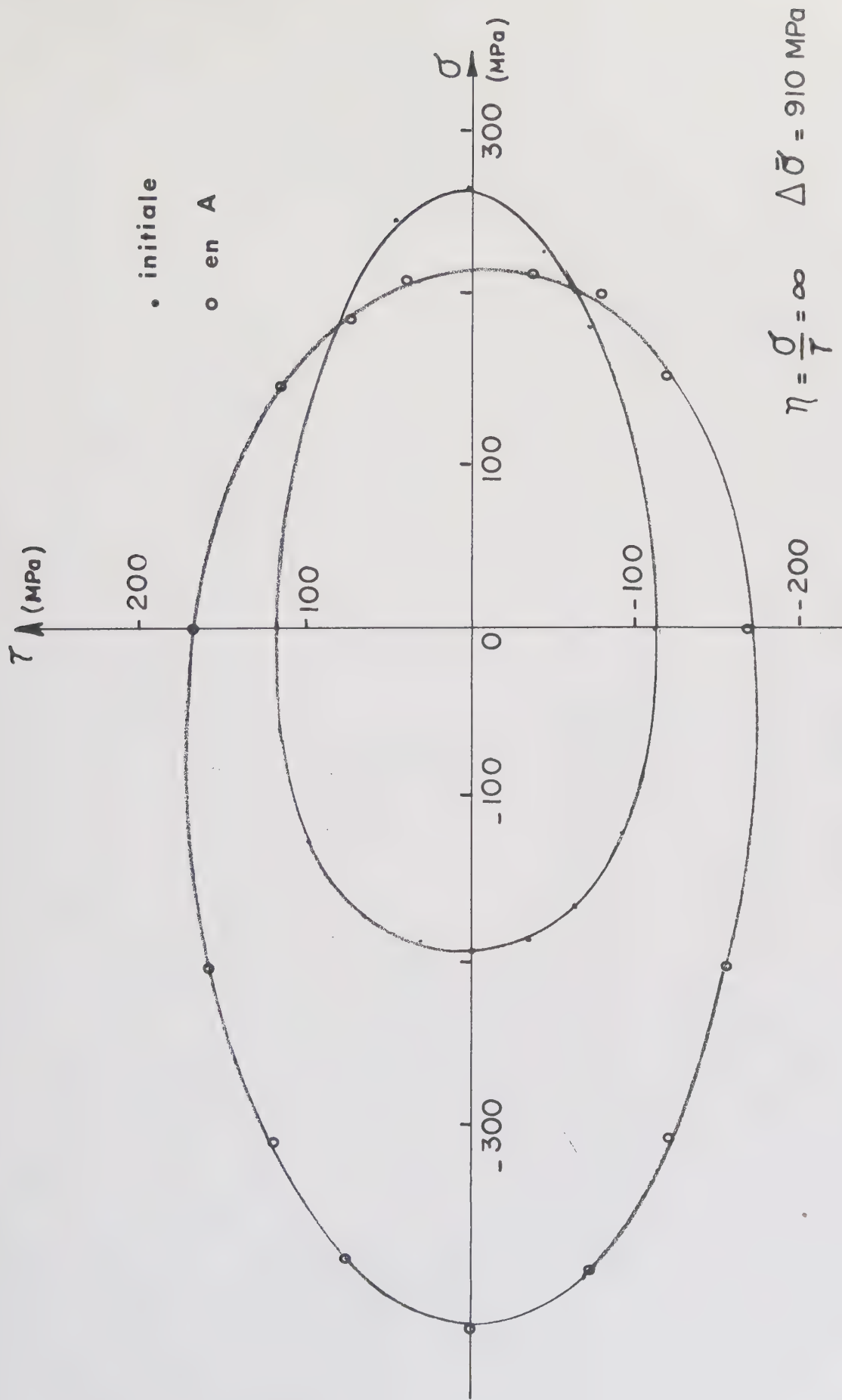


FIGURE 31

Surfaces d'écoulement initiale et à l'état stable de l'Al. 2024 soumis à une contrainte contrôlée $\Delta \bar{\sigma} = 900 \text{ MPa}$ en chargement axial.

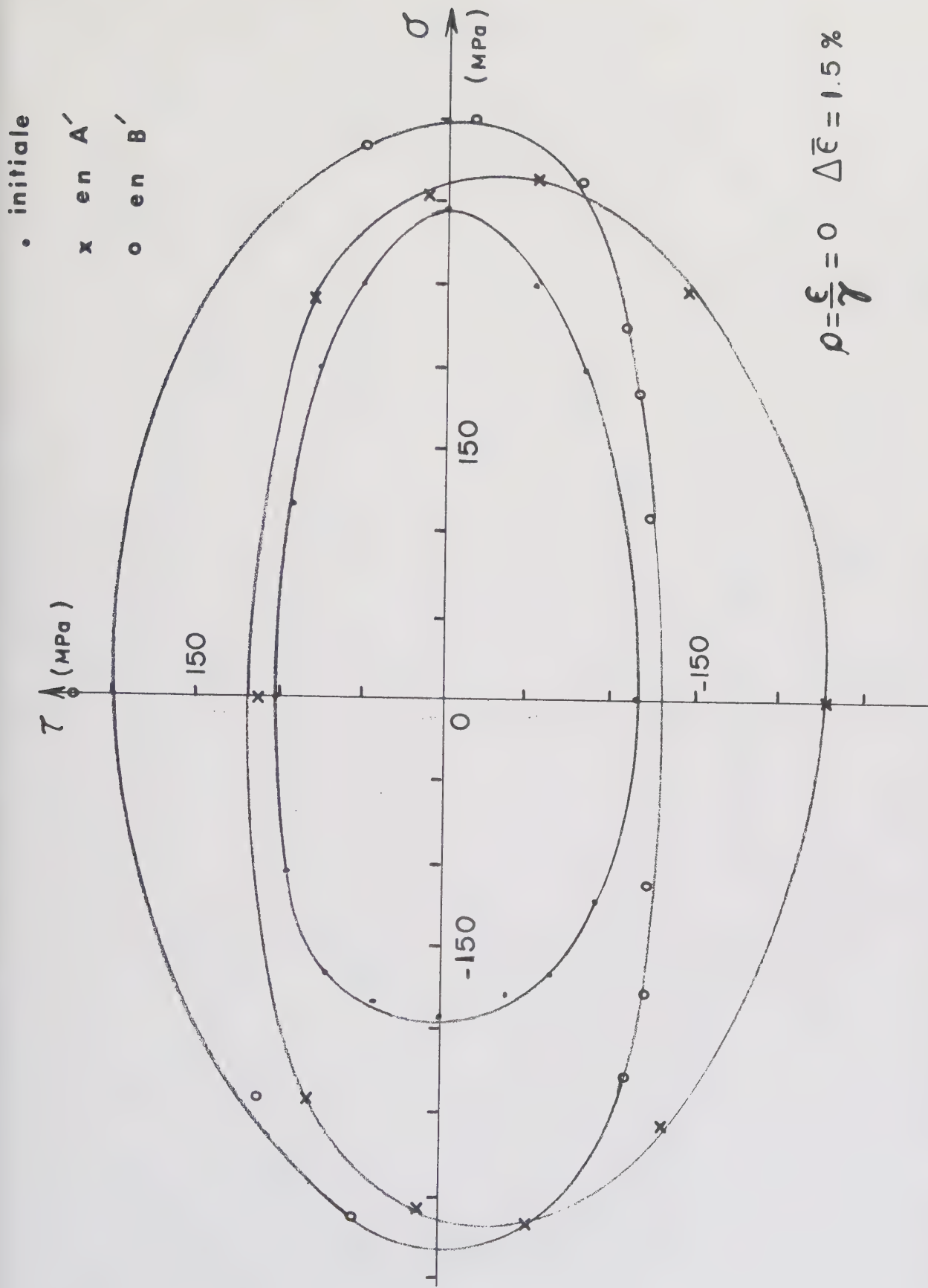


FIGURE 32

Surfaces d'écoulement initiale et finales de l'Al. 2024 soumis à une déformation contrôlée $\Delta \bar{\epsilon} = 1,5 \%$ en torsion.

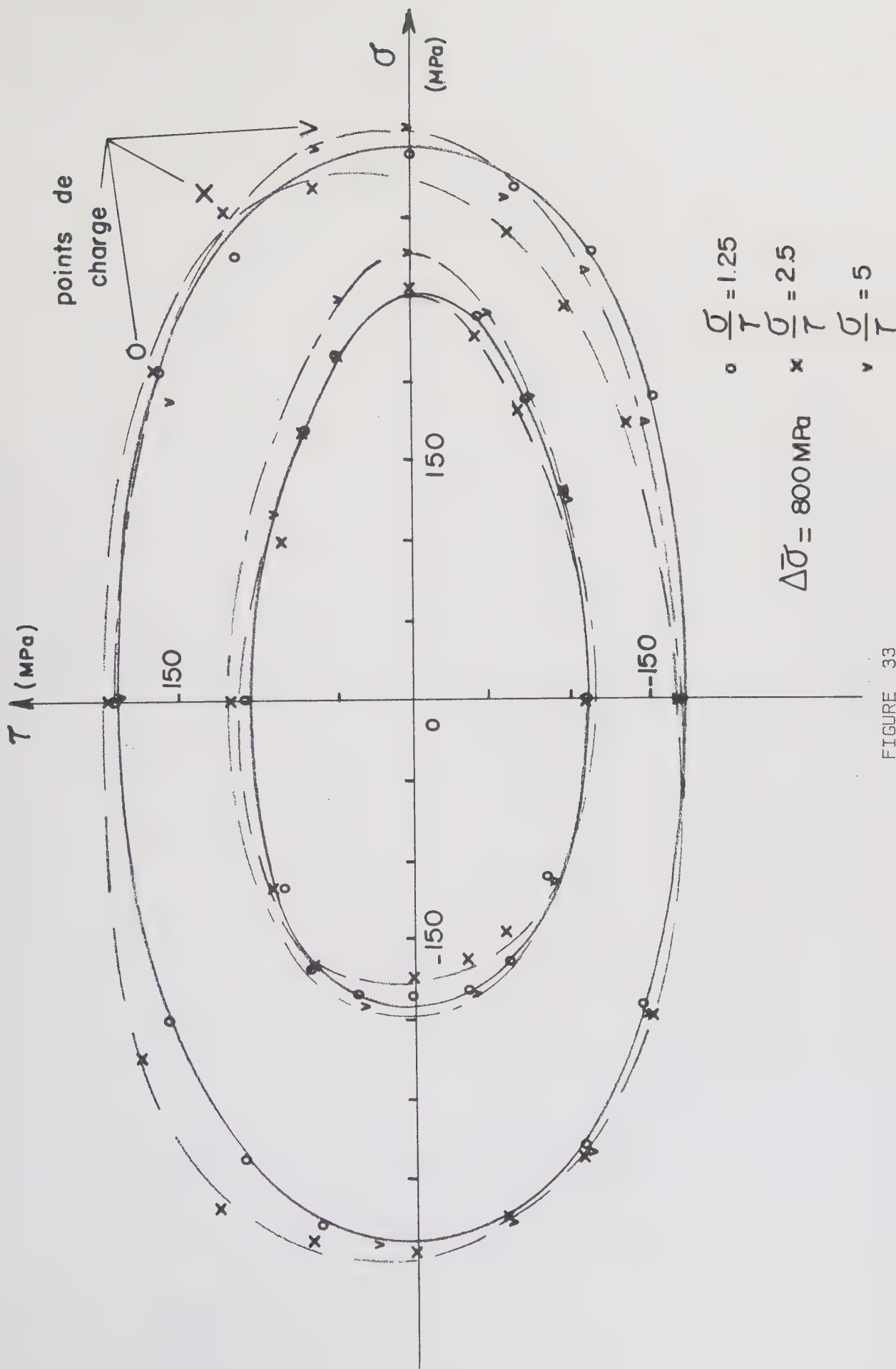


FIGURE 33

Surfaces d'écoulement initiales et à l'état stable de 1'Al. 2024 soumis à une contrainte contrôlée $\Delta \bar{\sigma} = 800 \text{ MPa}$ en traction-torsion combinées.

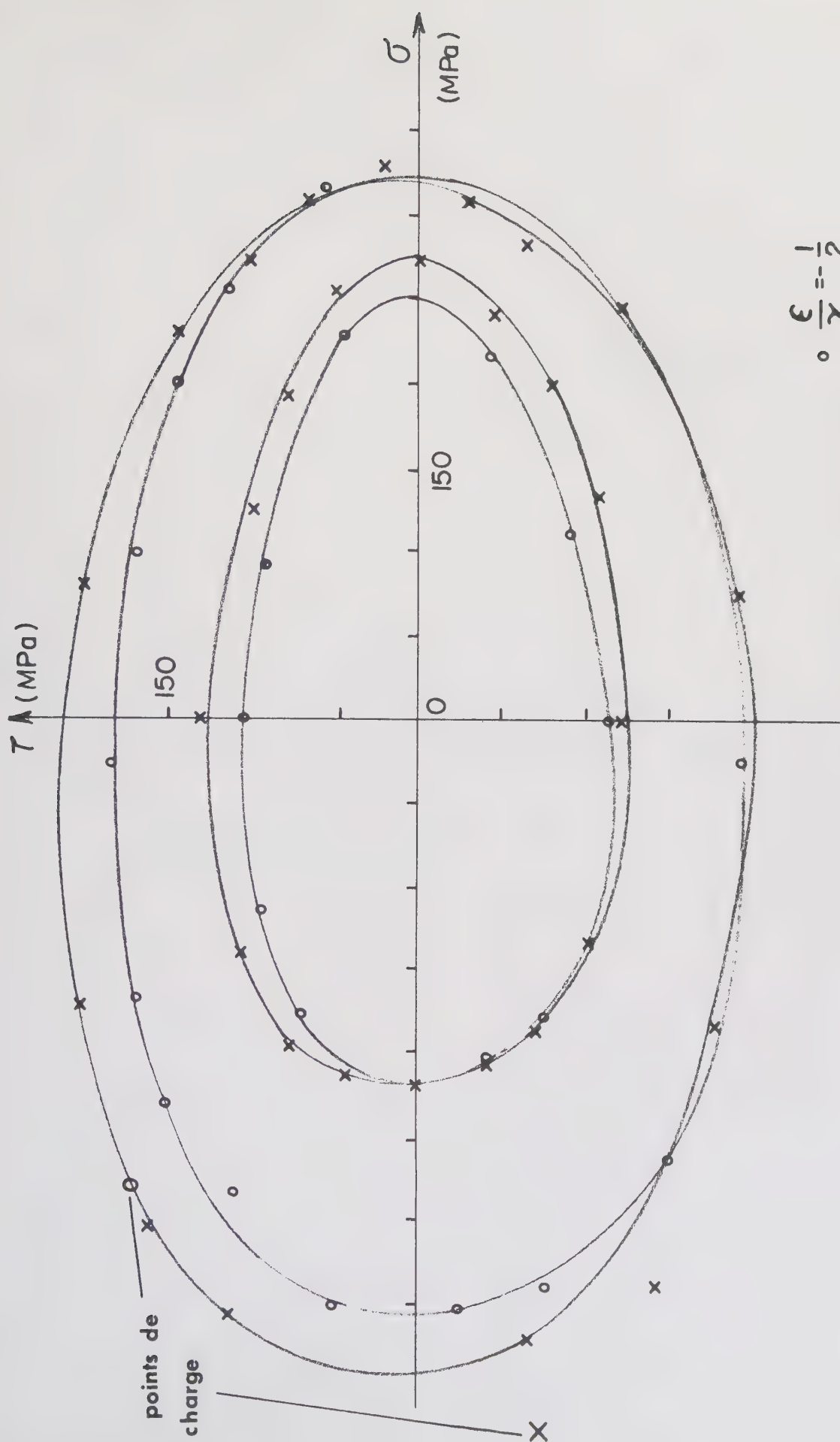


FIGURE 34

Surfaces d'écoulement initiales et à l'état stable de l'Al. 2024 soumis à une déformation contrôlée $\Delta\bar{\epsilon} = 1,5\%$ en traction-torsion combinées.

$$o \quad \frac{\epsilon}{\gamma} = -\frac{1}{2}$$

$$x \quad \frac{\epsilon}{\gamma} = 2$$

$$\Delta\bar{\epsilon} = 1,5\%$$

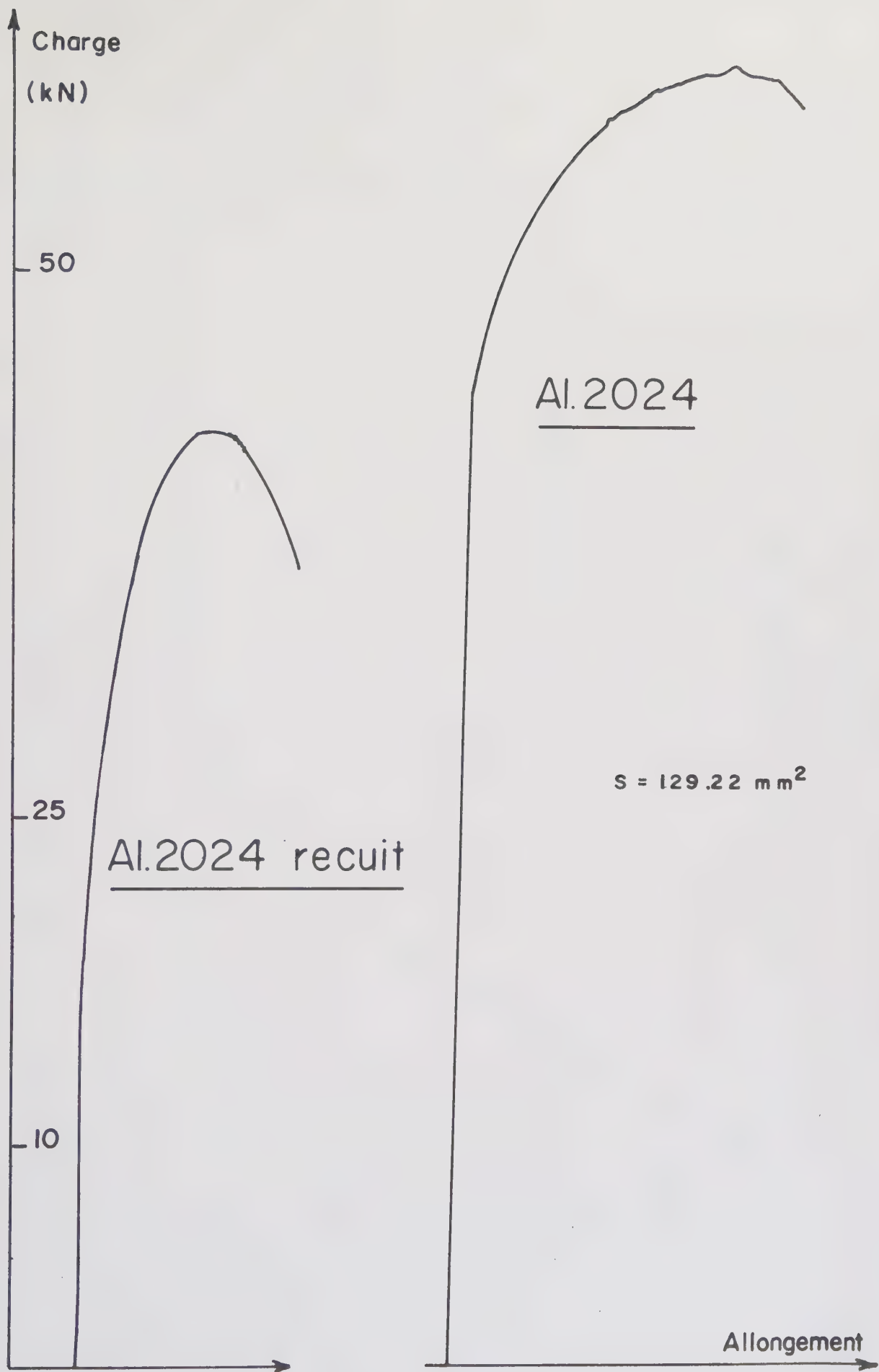


FIGURE 35

Courbes charge-allongement de l'Al. 2024 recuit ou non.

Contrôle de sollicitations

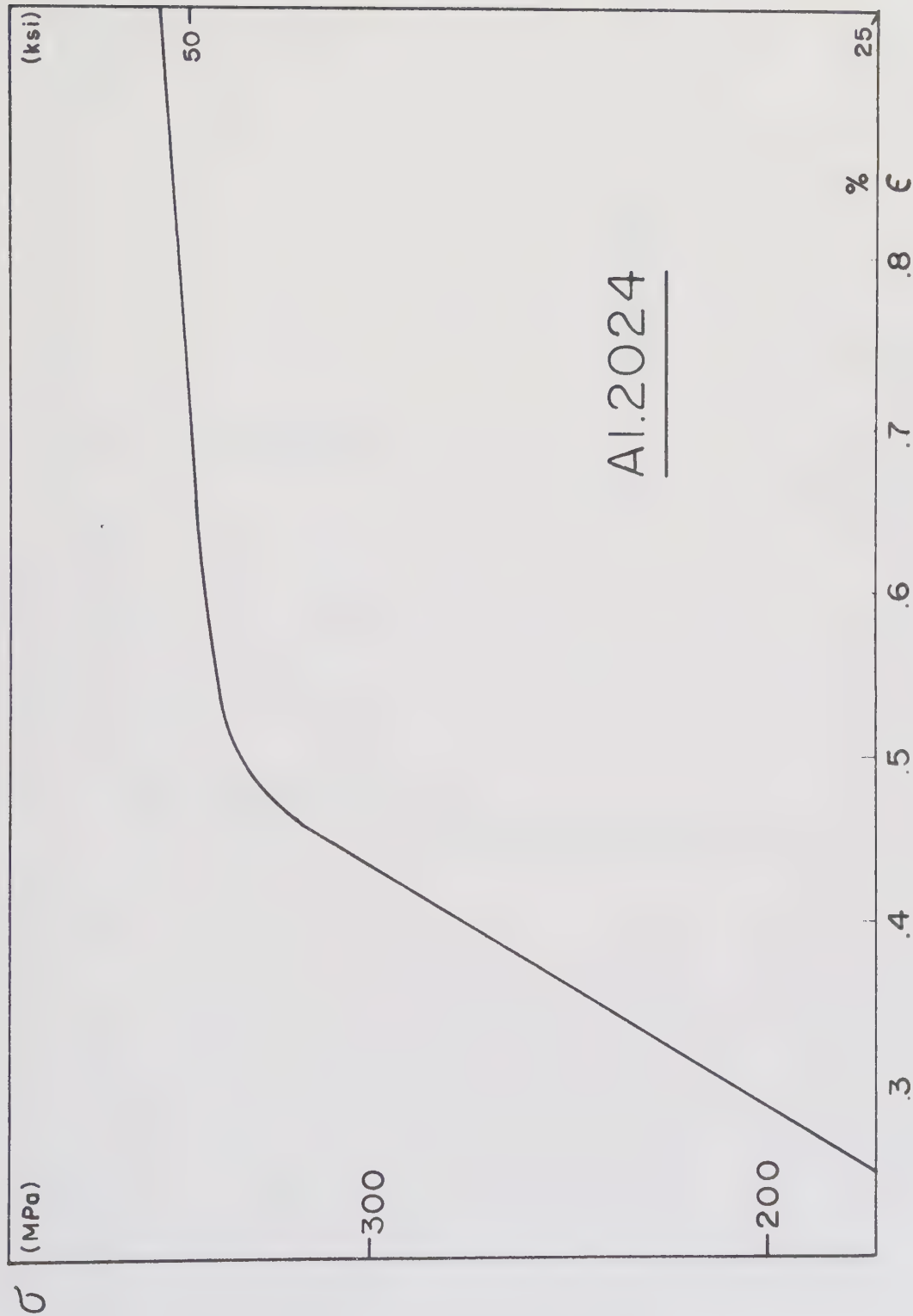


FIGURE 36

Courbe contrainte-déformation de l'Al. 2024 jusqu'à 1 %.

Contrôle de sollicitations

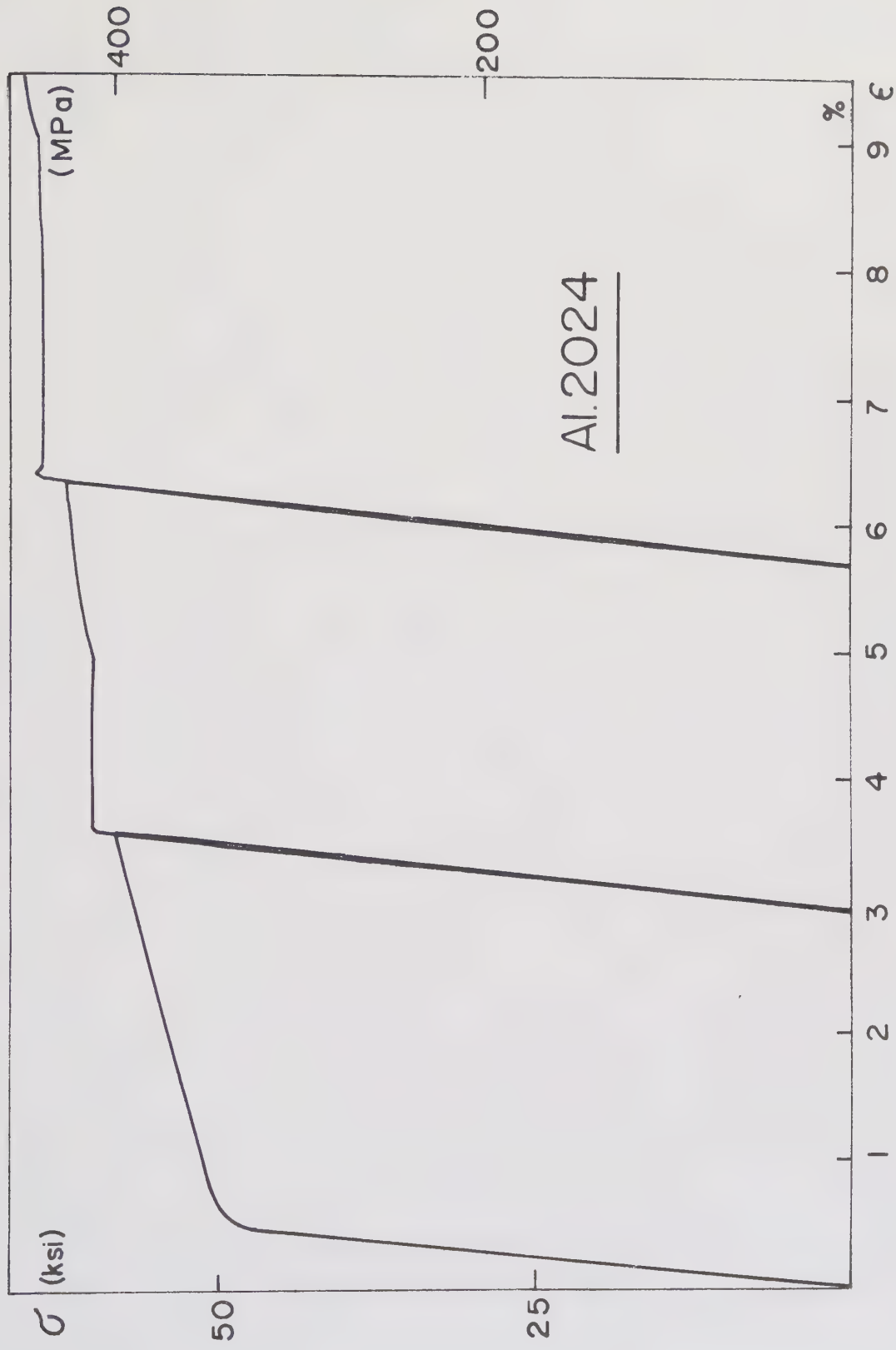


FIGURE 37

Courbe contrainte-déformation de l'Al. 2024 jusqu'à 10 % avec déchargement à 3 % et 6 %.

Contrôle des sollicitations

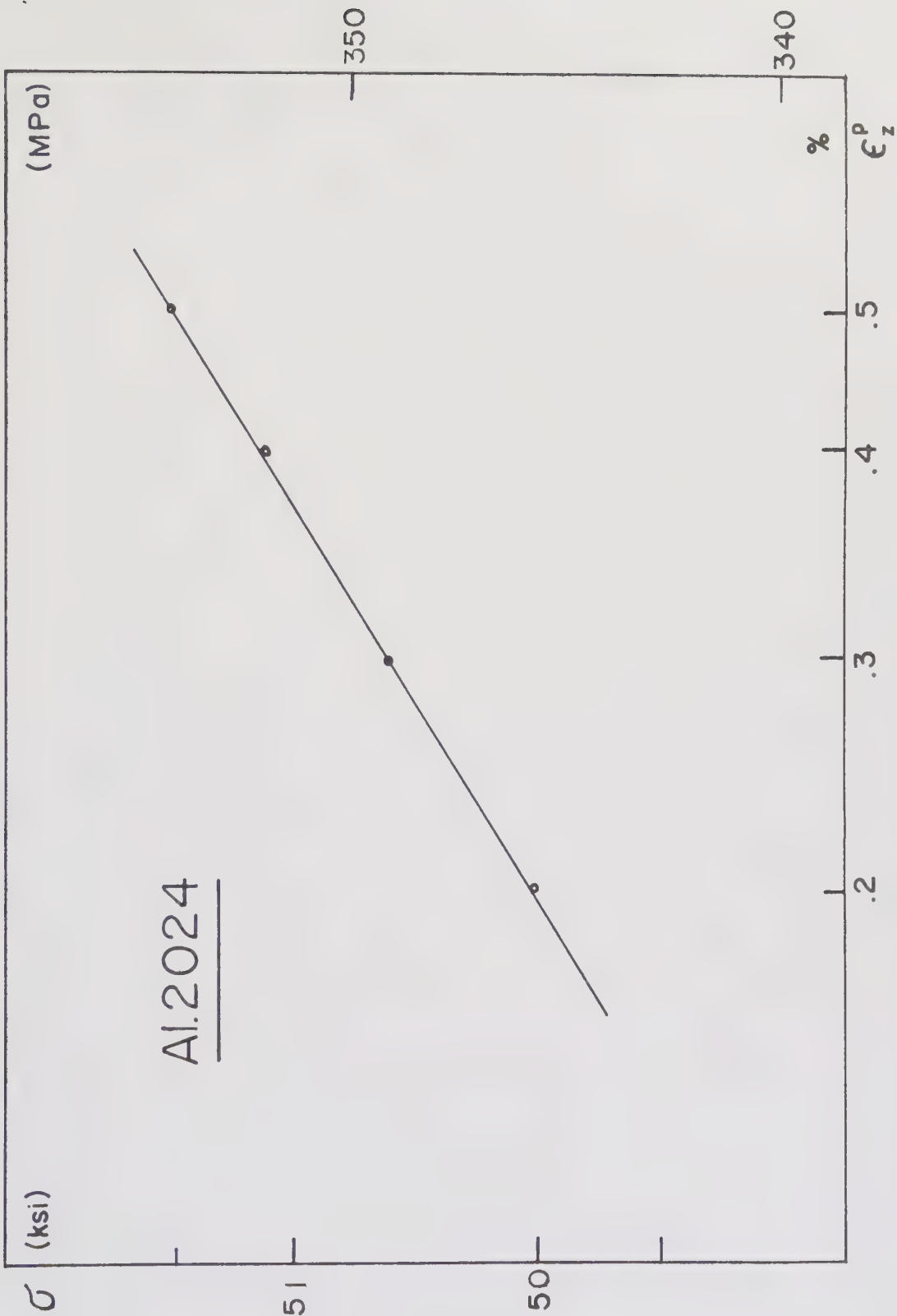
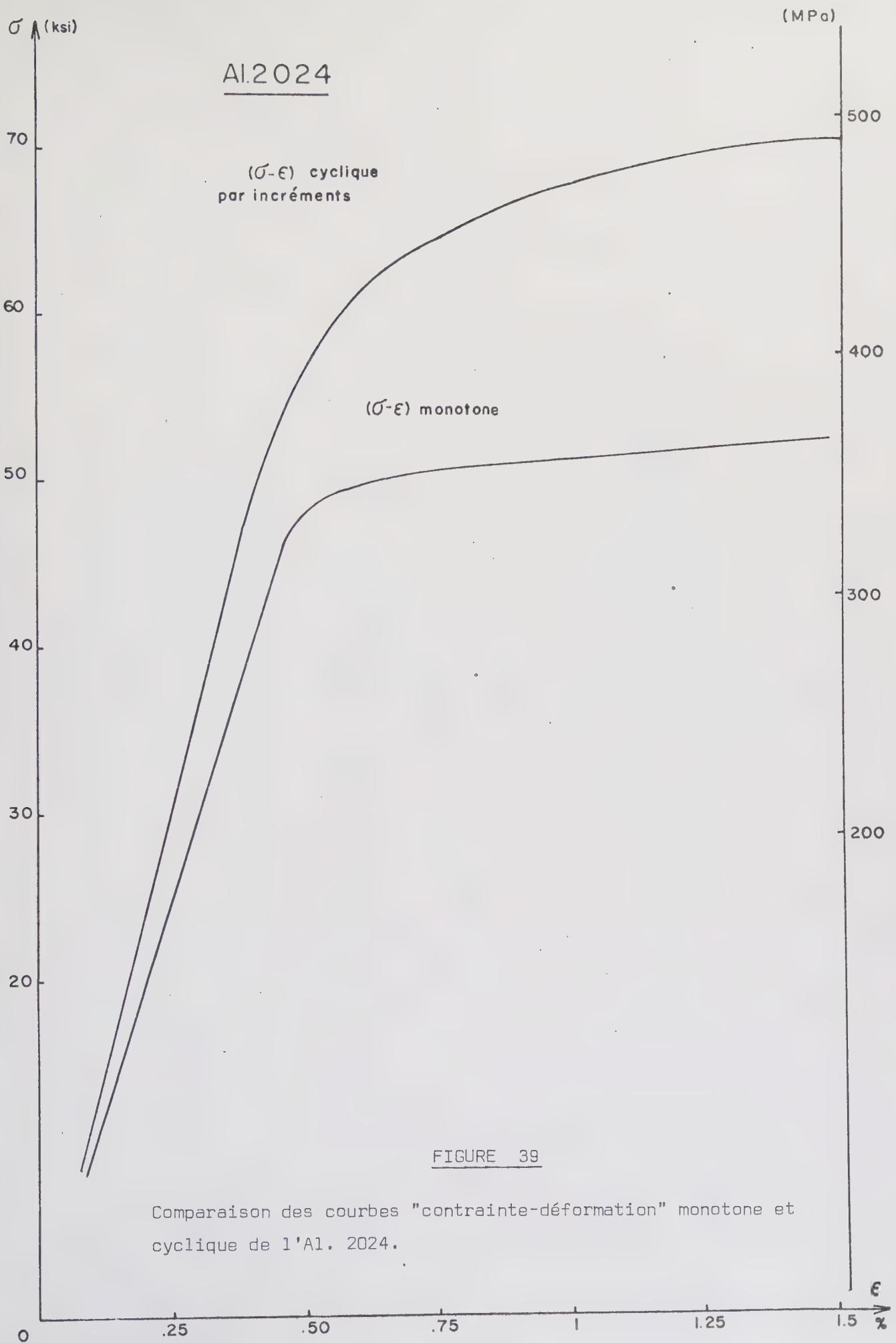


FIGURE 38

Détermination graphique du coefficient d'écrouissage statique de l'Al. 2024



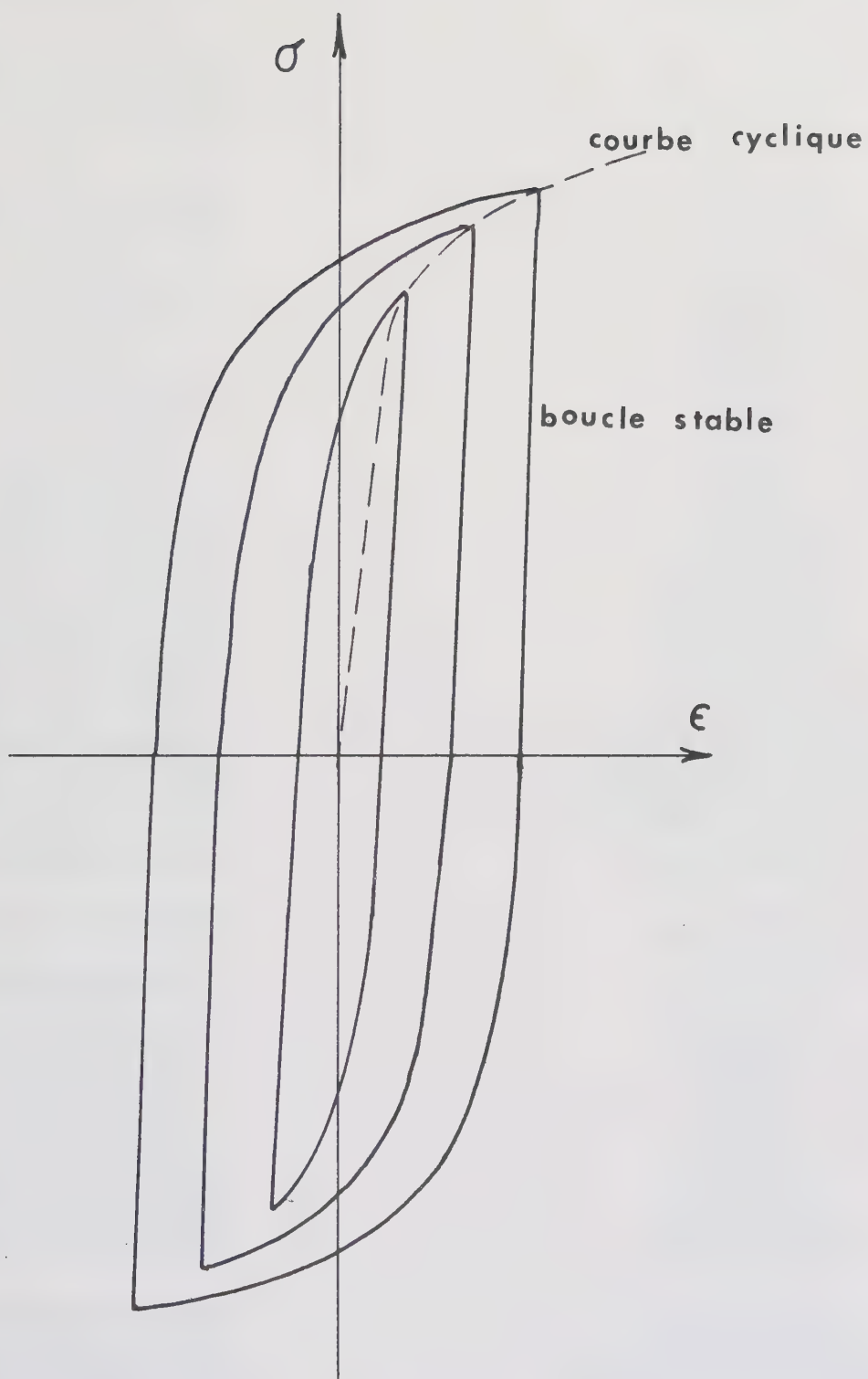


FIGURE 40

Principe d'obtention de la courbe "contrainte-déformation" cyclique au moyen de plusieurs éprouvettes..

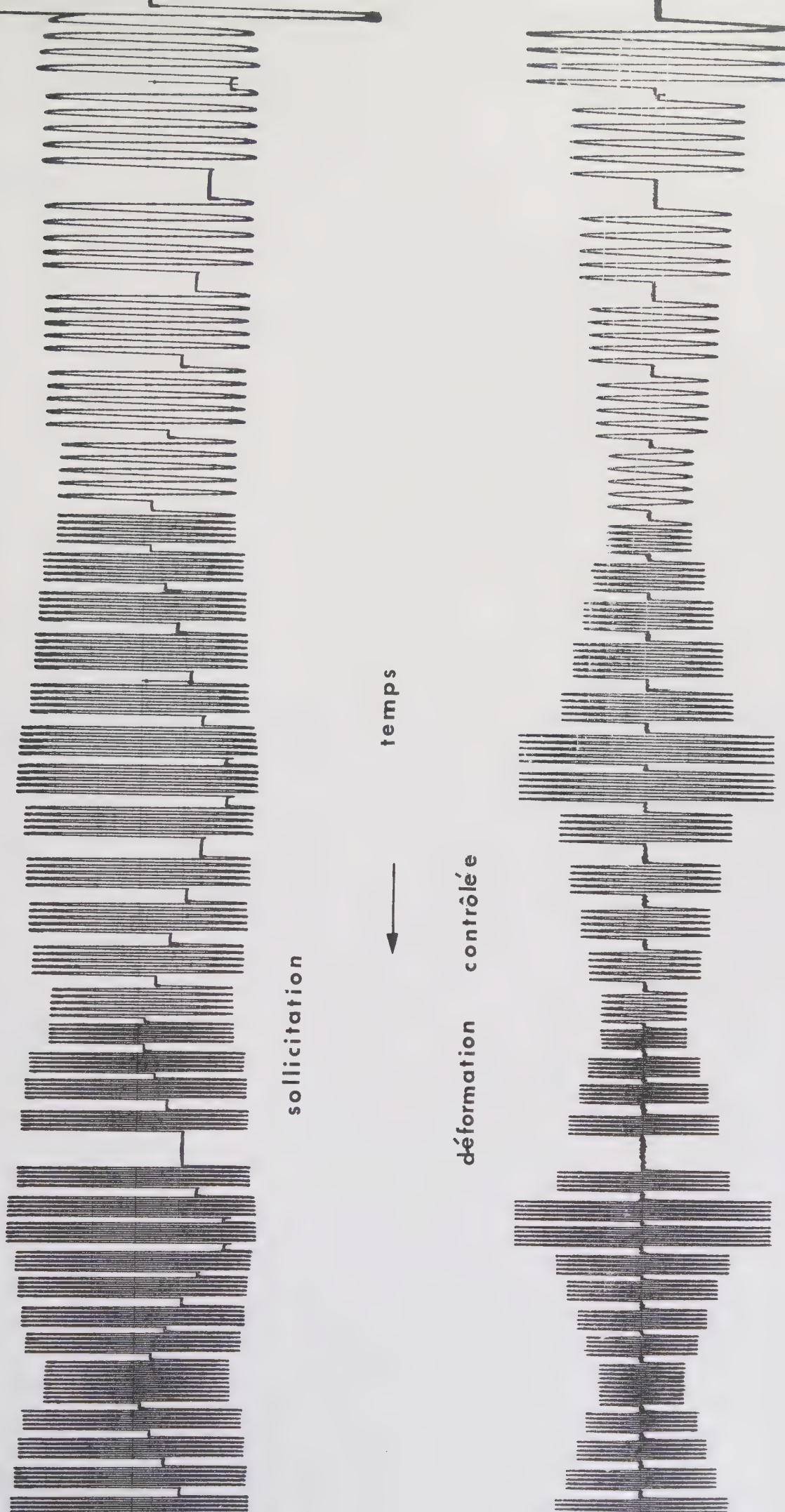


FIGURE 41

Principe d'obtention de la courbe "contrainte-déformation" cyclique au moyen d'une seule éprouvette.

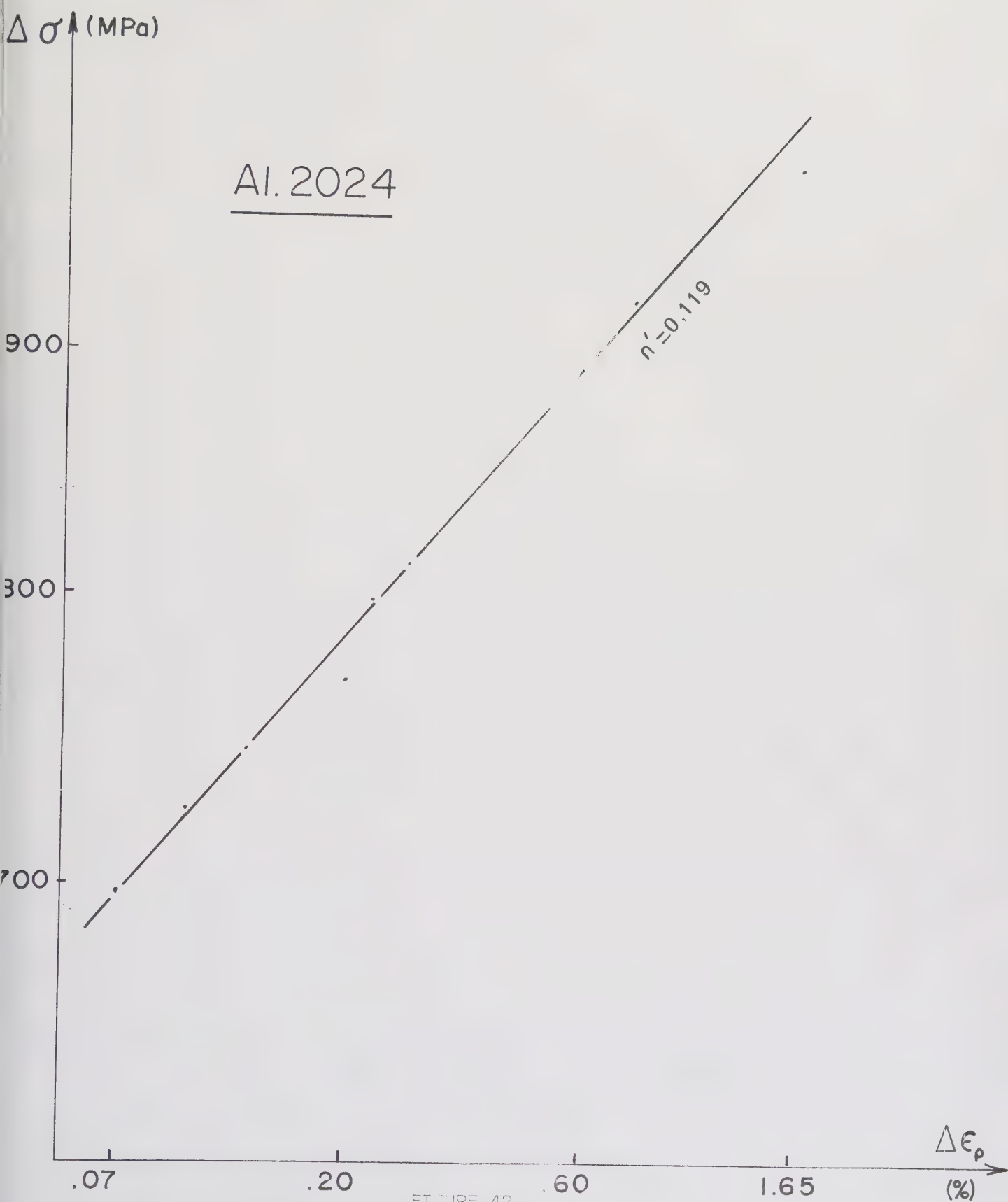


FIGURE 42

Détermination graphique du coefficient d'écrouissage cyclique de l'Al. 2024

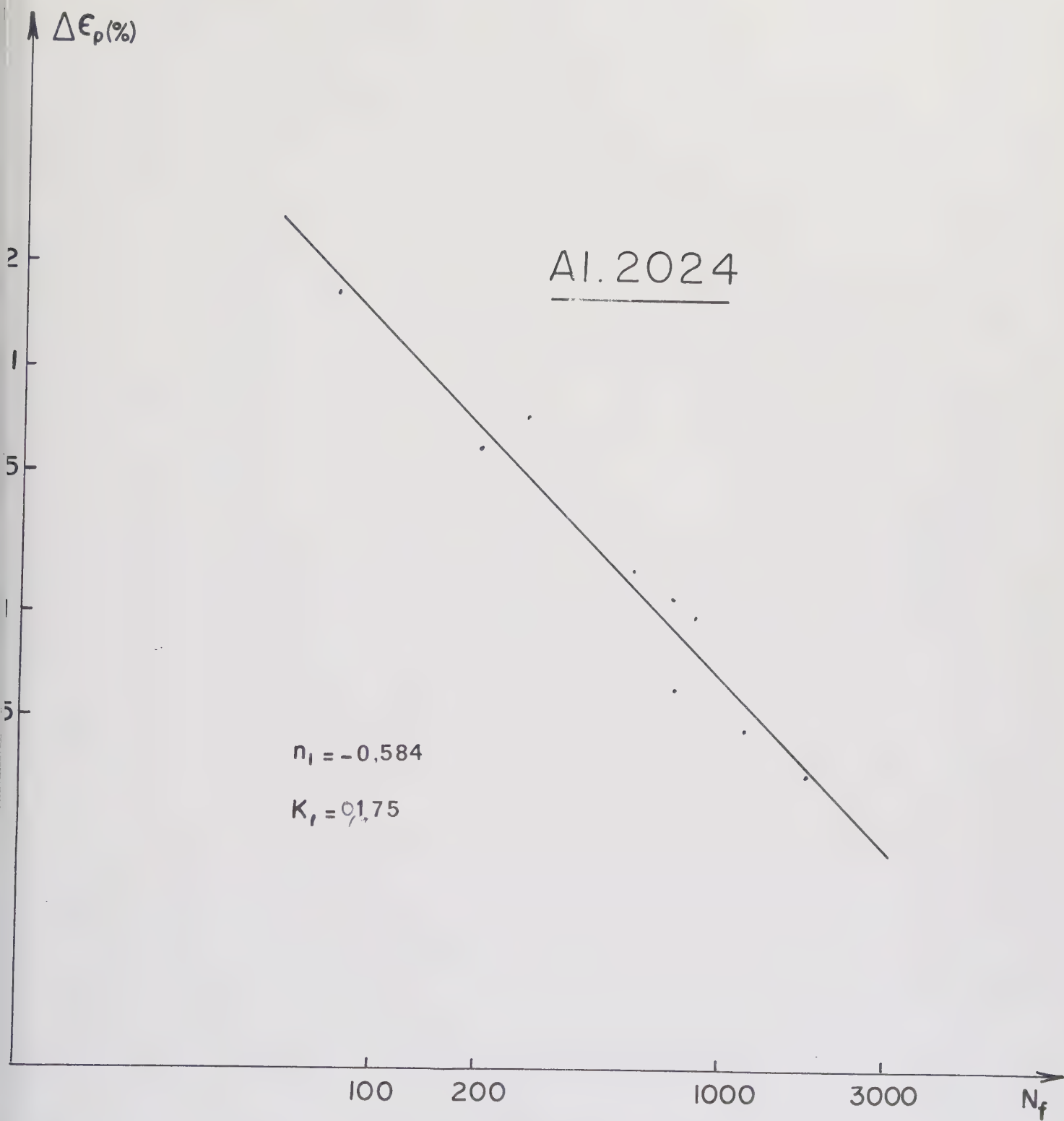


FIGURE 43

Courbe exprimant la durée de vie de l'Al. 2024 en fonction de la déformation plastique.

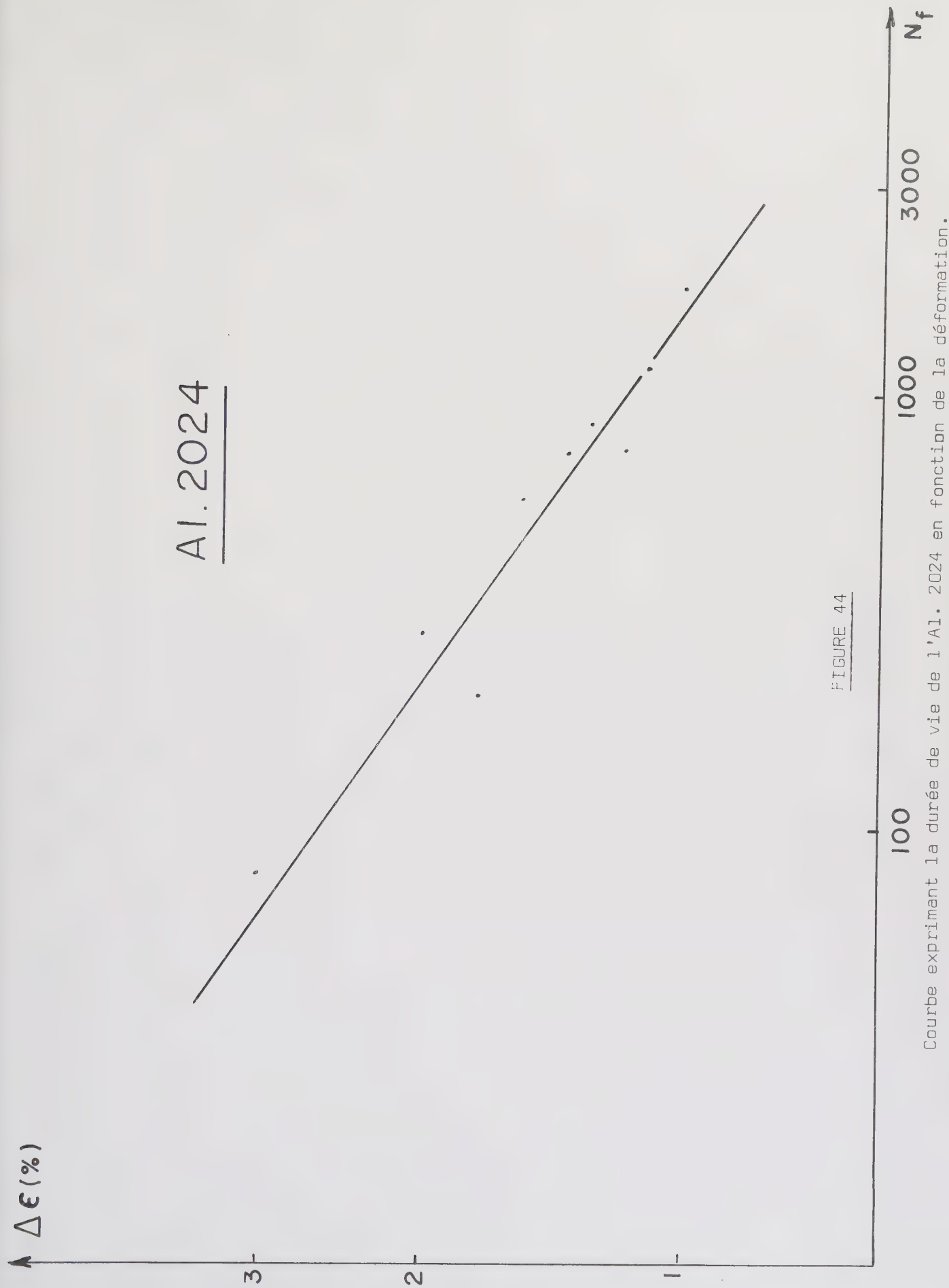


FIGURE 44

Courbe exprimant la durée de vie de l'Al. 2024 en fonction de la déformation.

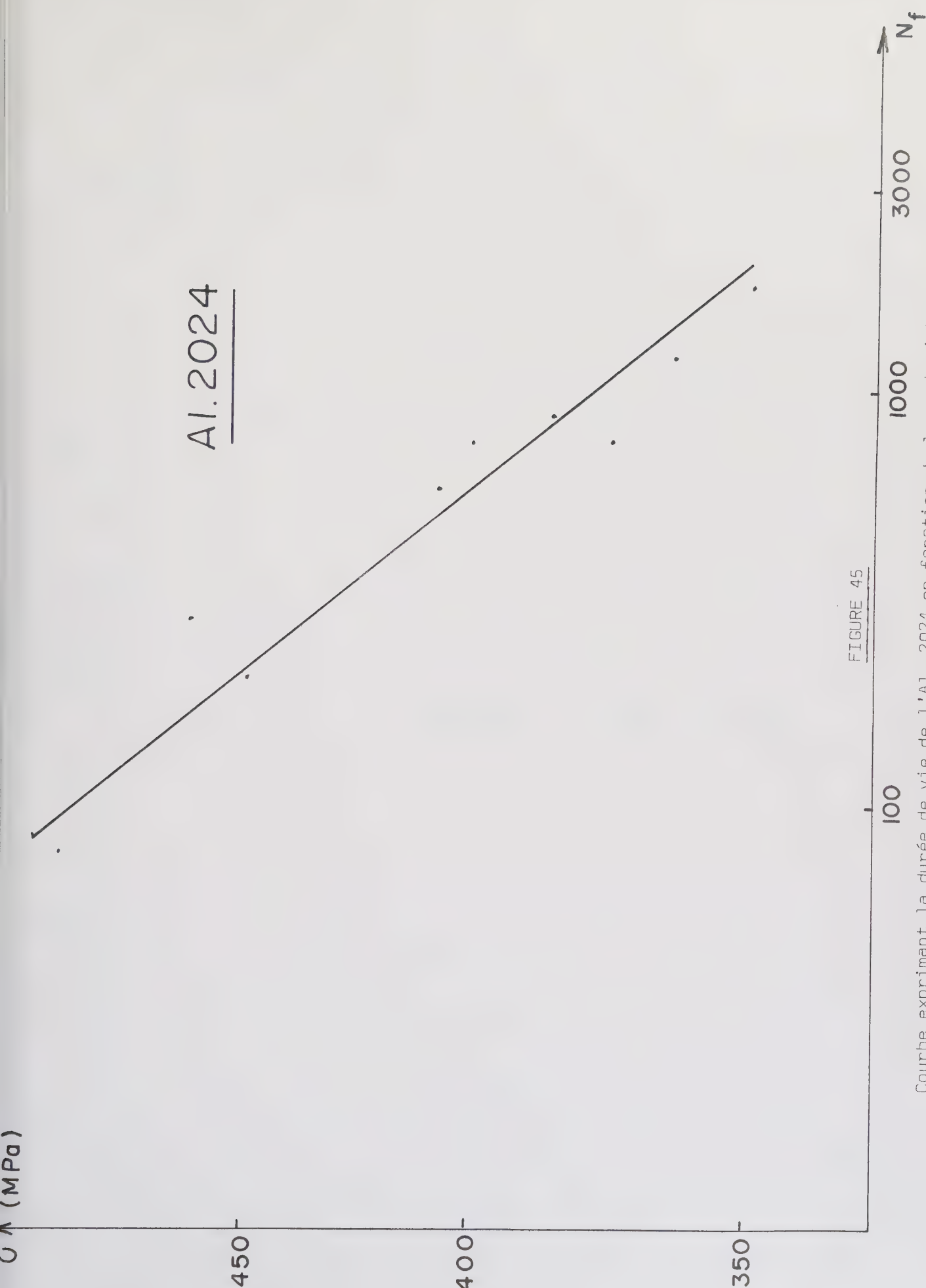
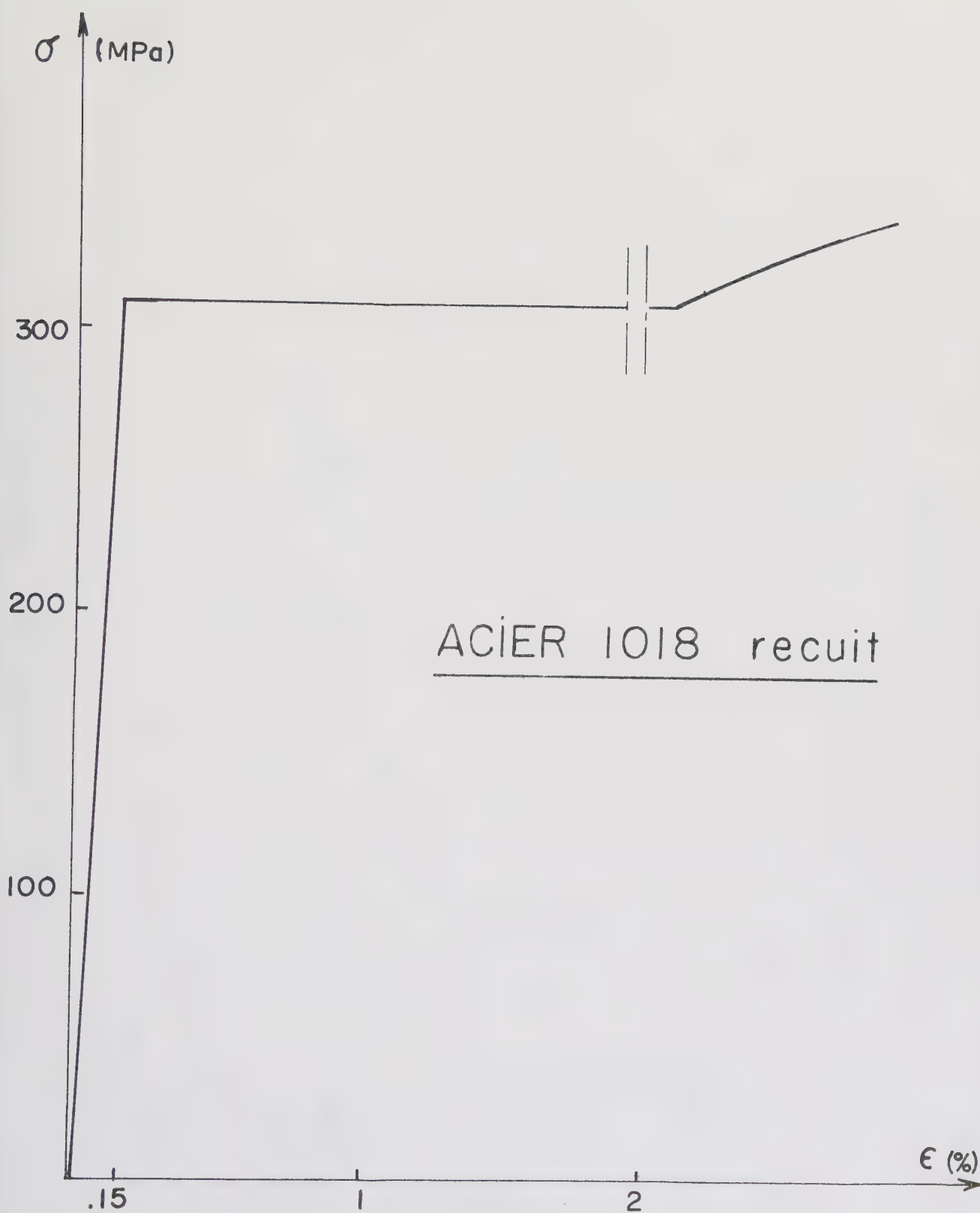


FIGURE 45

Courbe exprimant la durée de vie de l'Al. 2024 en fonction de la contrainte.



ACIER 1018 recuit

FIGURE 46 A

Courbe contrainte-déformation de l'acier 1018 sans déchargement.

Contrôle de sollicitations

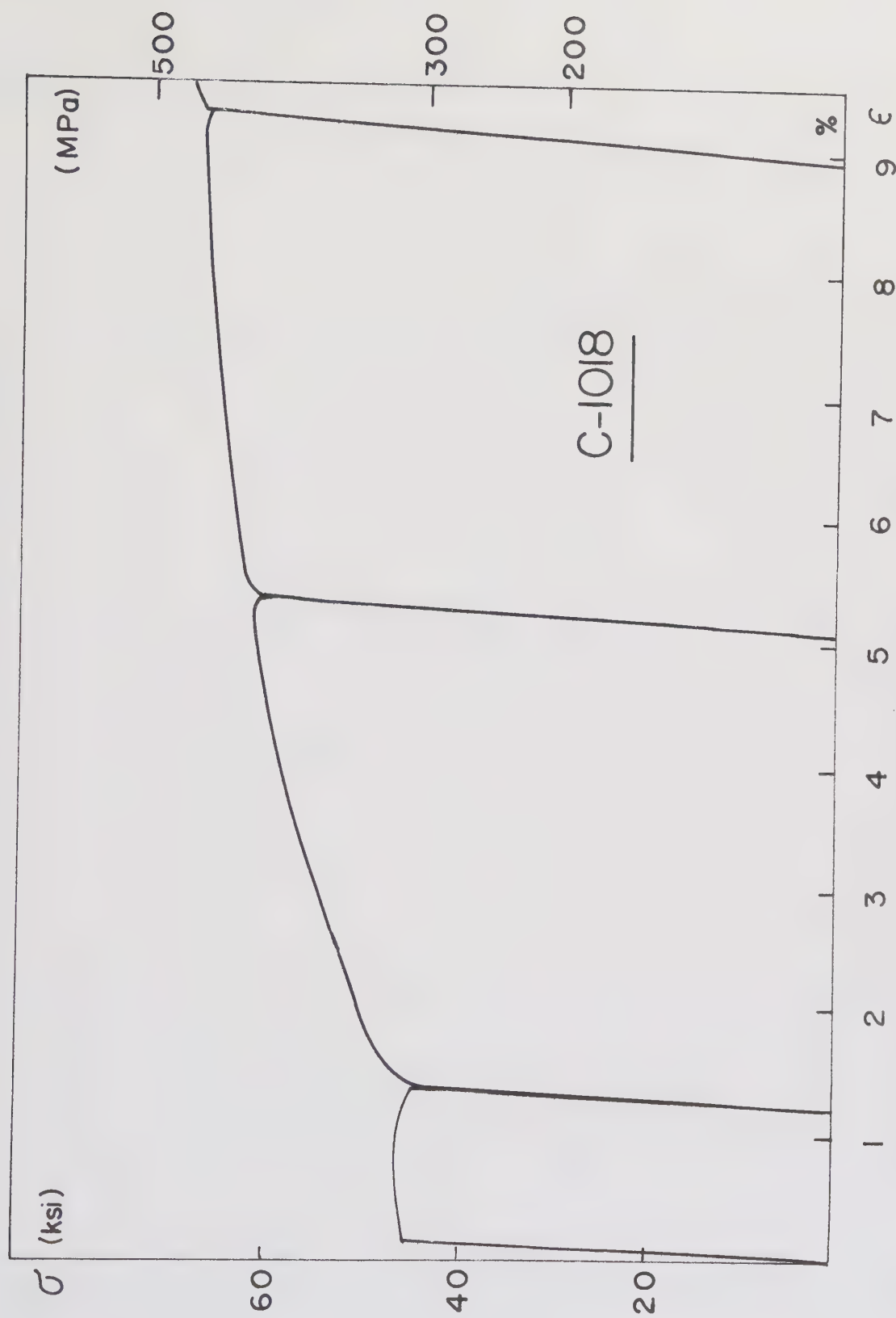


FIGURE 46 B

Courbe contrainte-déformation de l'acier 1018 avec déchargement.

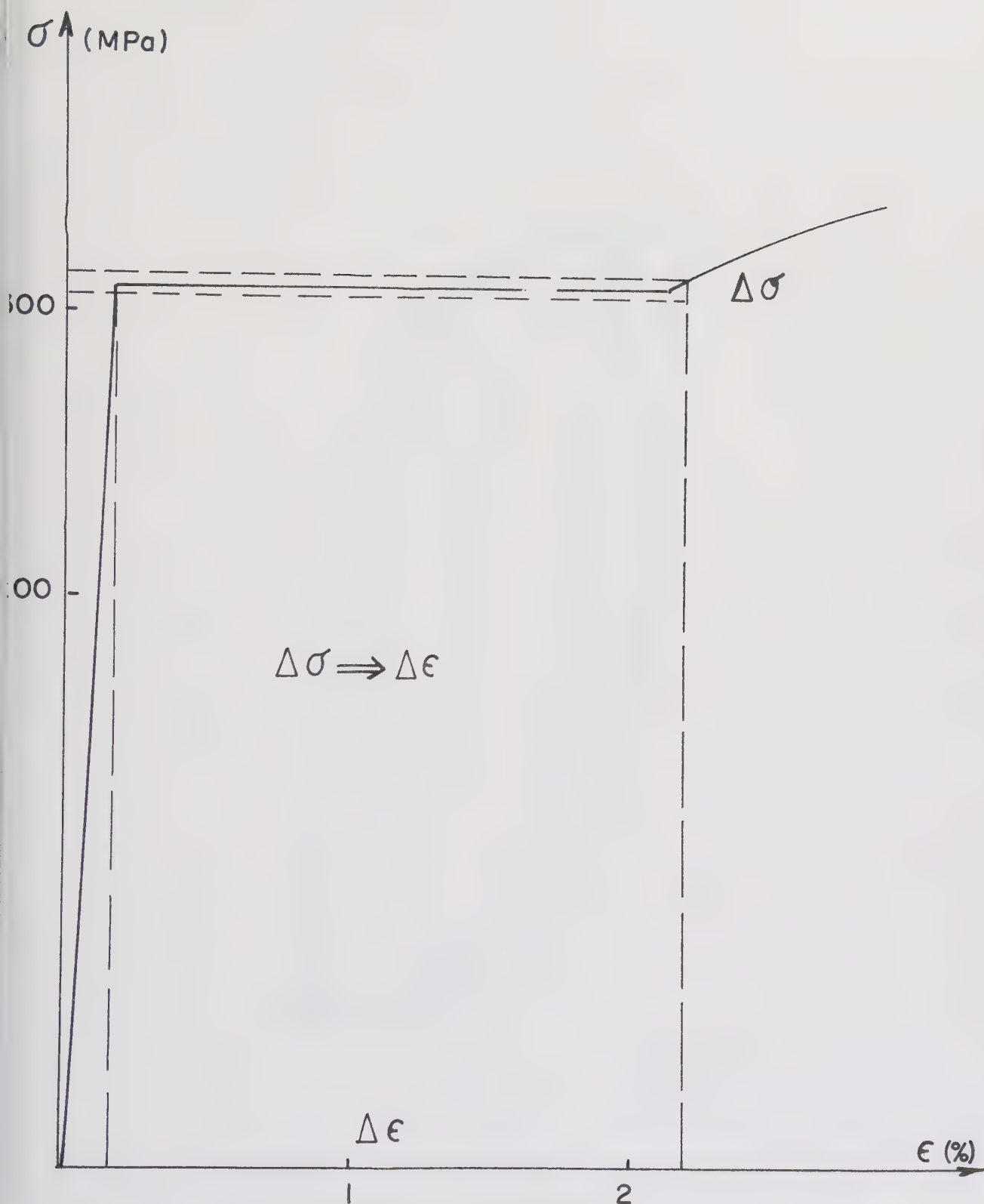


FIGURE 47

Courbe contrainte-déformation de l'acier 1018 indiquant l'importance du choix du contrôle.

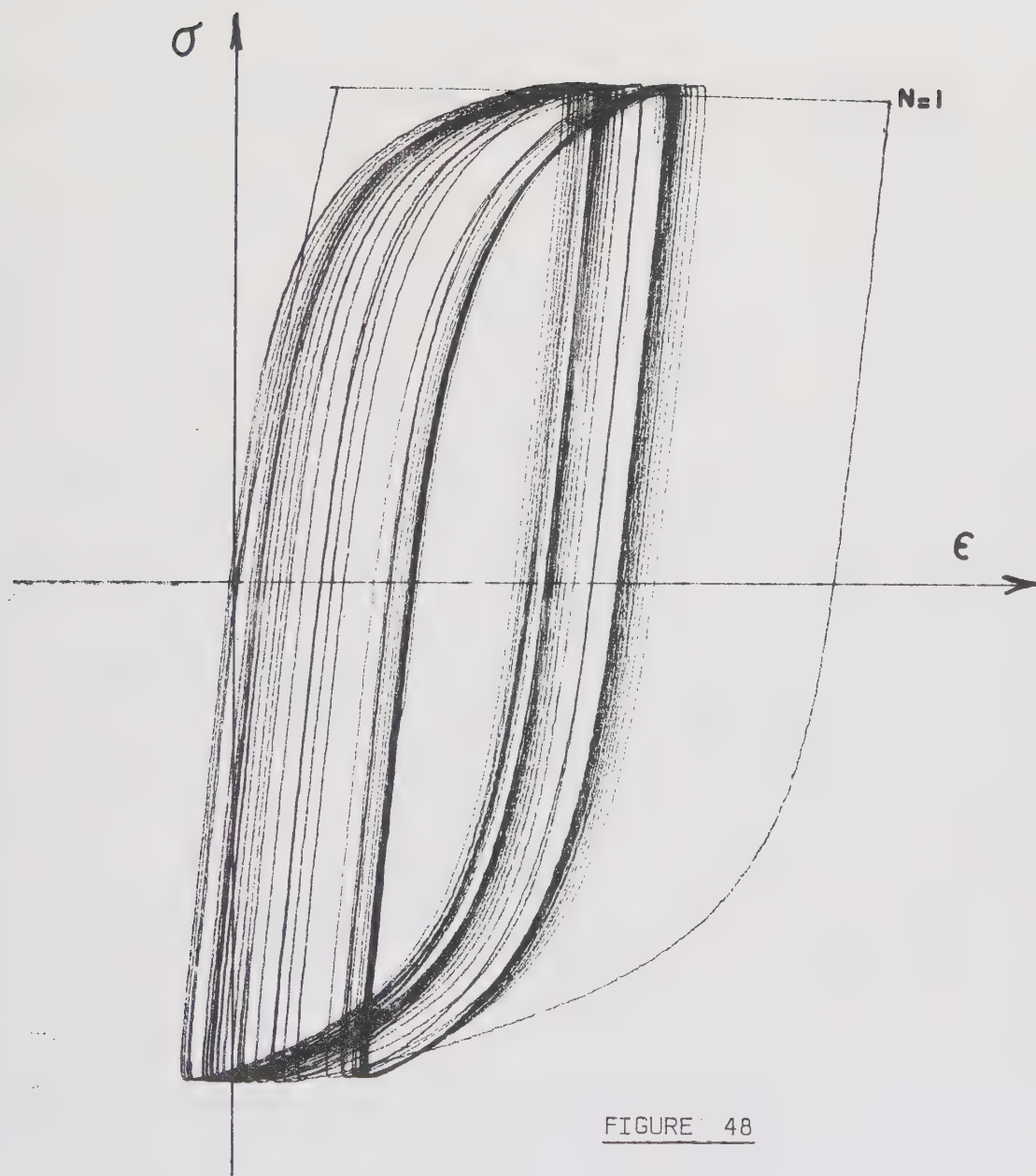


FIGURE 48

Boucles d'hystérésis suite à un chargement cyclique de l'acier 1018 en contrôle des sollicitations.

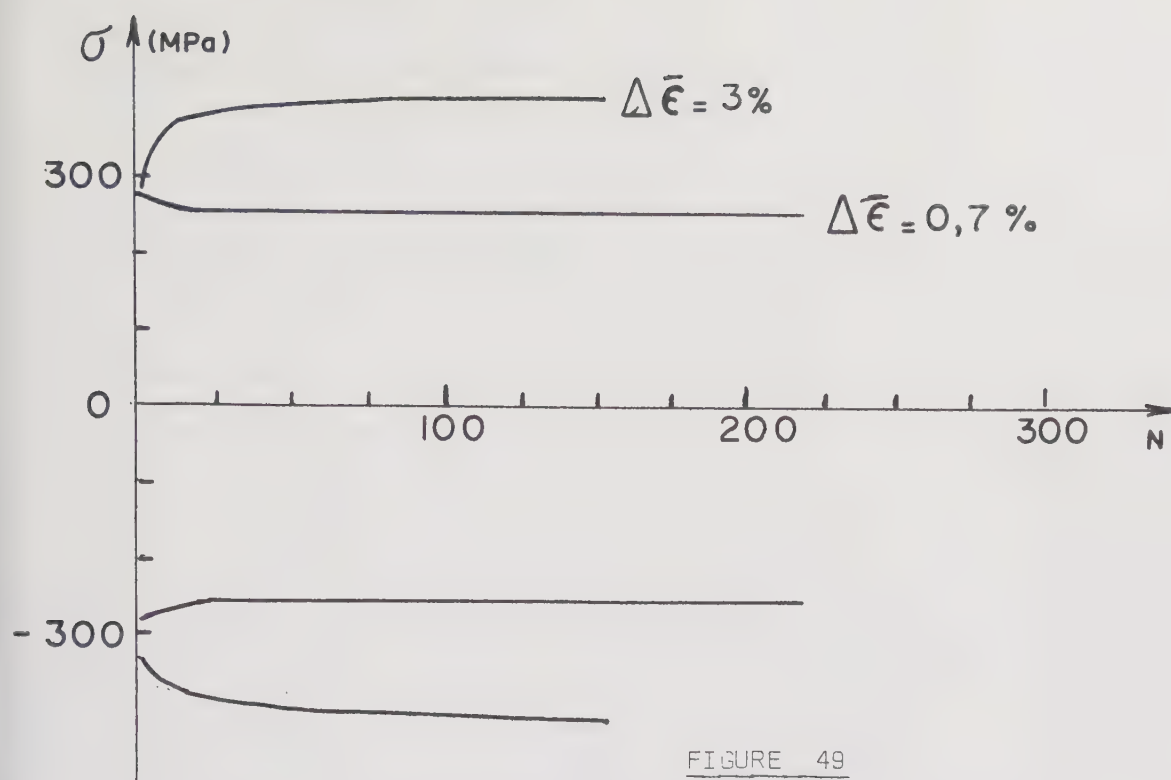


FIGURE 49

Courbes de réponse de l'acier 1018 soumis à une déformation contrôlée $\Delta \bar{\epsilon} = 0,7\%$; 3% .

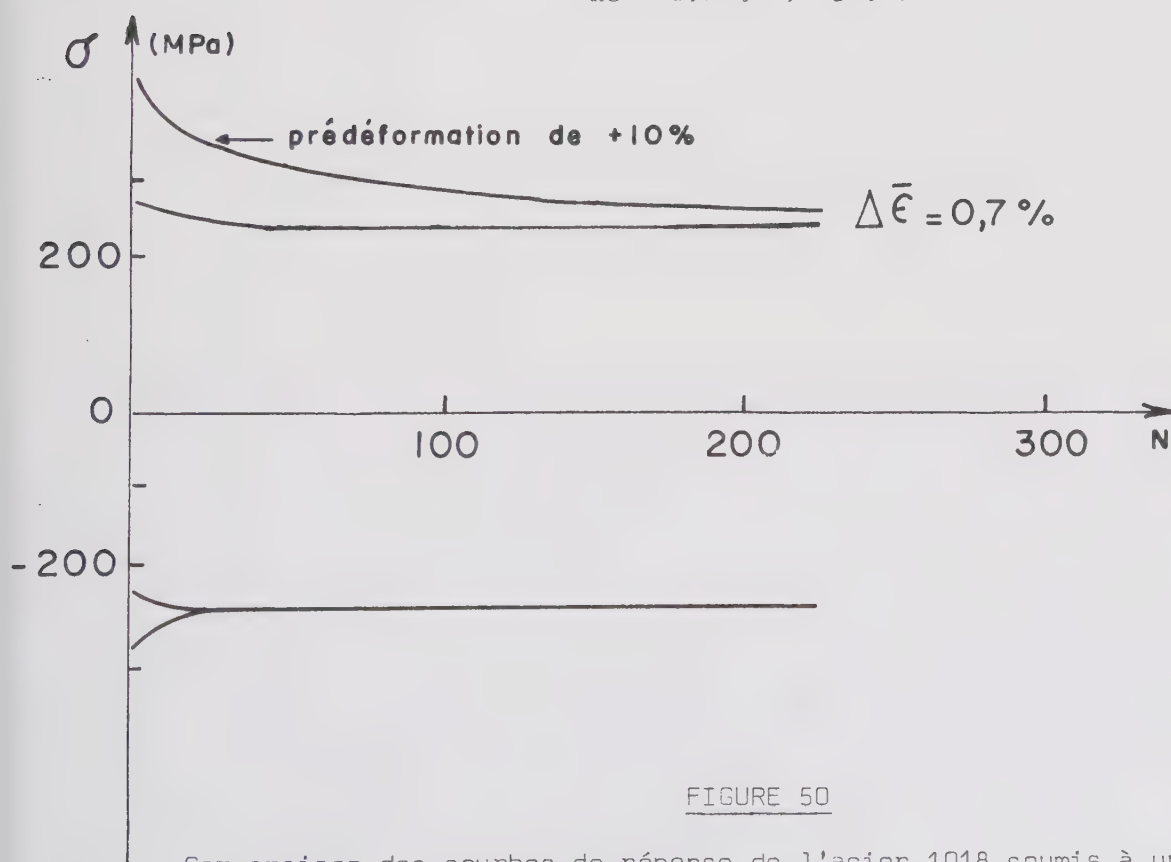


FIGURE 50

Comparaison des courbes de réponse de l'acier 1018 soumis à une déformation contrôlée $\Delta \bar{\epsilon} = 0,7\%$ avec ou sans prédéformation.

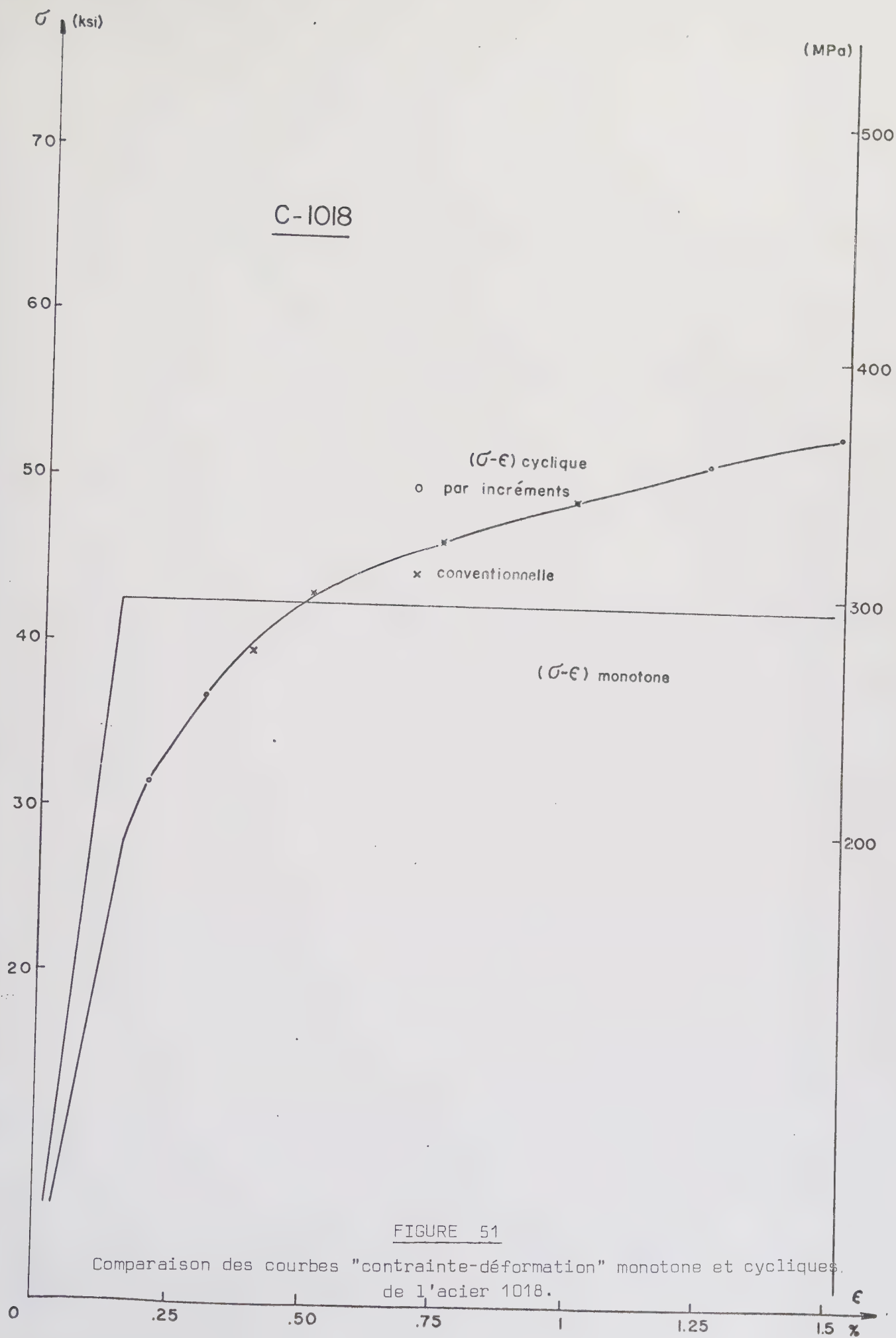


FIGURE 51

Comparaison des courbes "contrainte-déformation" monotone et cycliques de l'acier 1018.

ACIER 1018 recuit

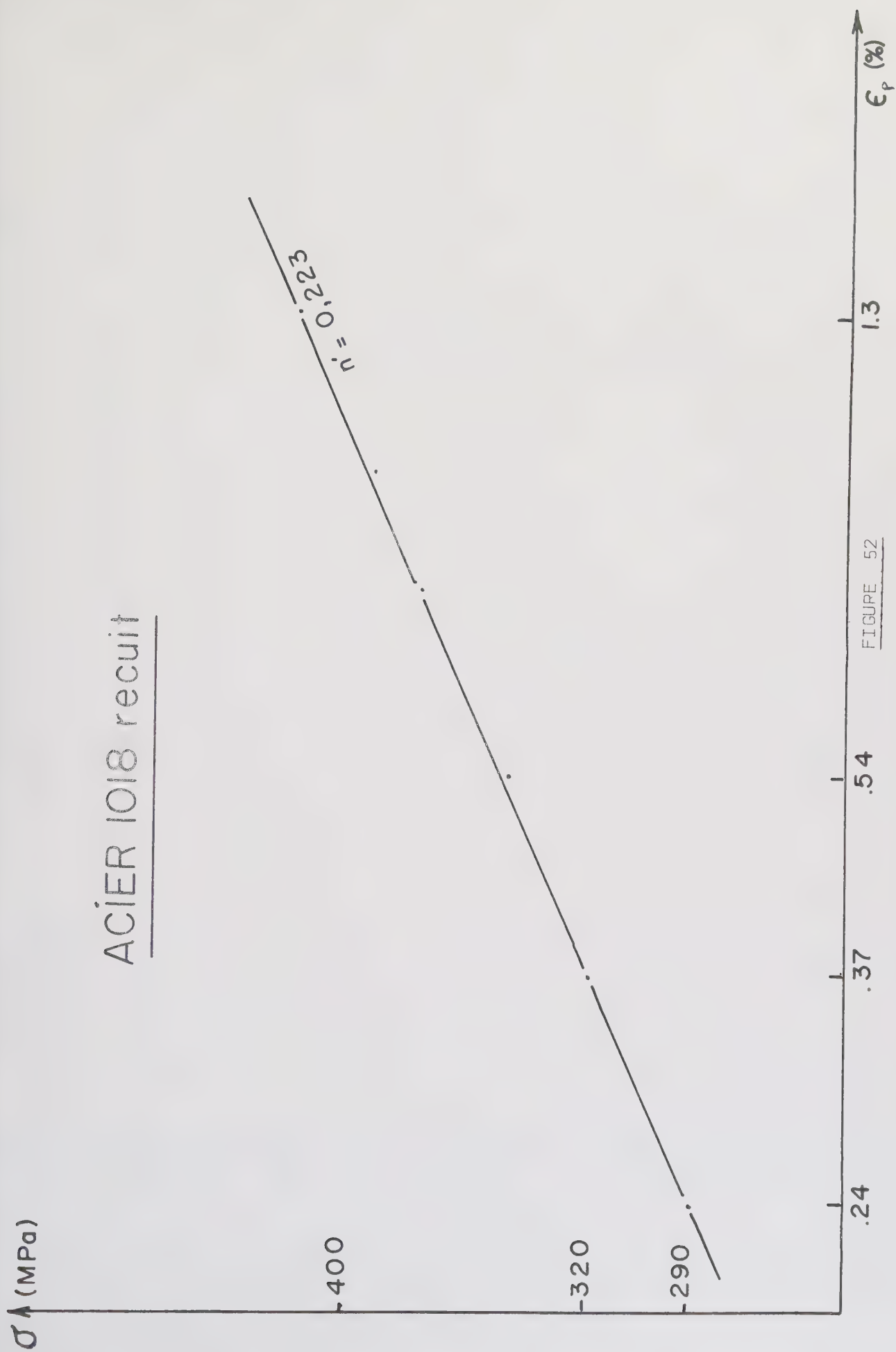


FIGURE 52

Détermination graphique du coefficient d'écrouissage cyclique de l'acier 1018.

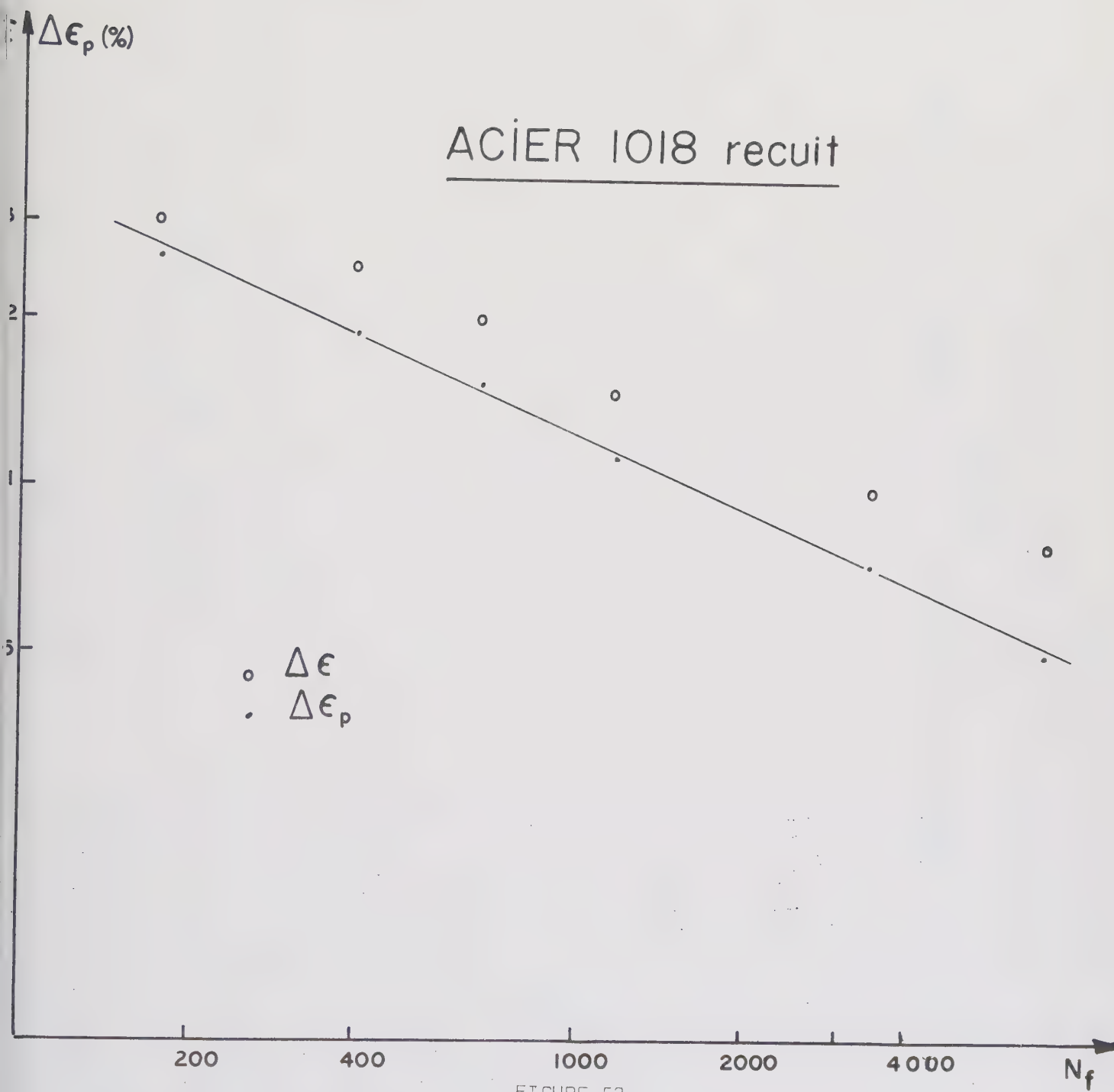


FIGURE 53

Courbes exprimant la durée de vie de l'acier 1018 en fonction de la déformation totale et de la déformation plastique.

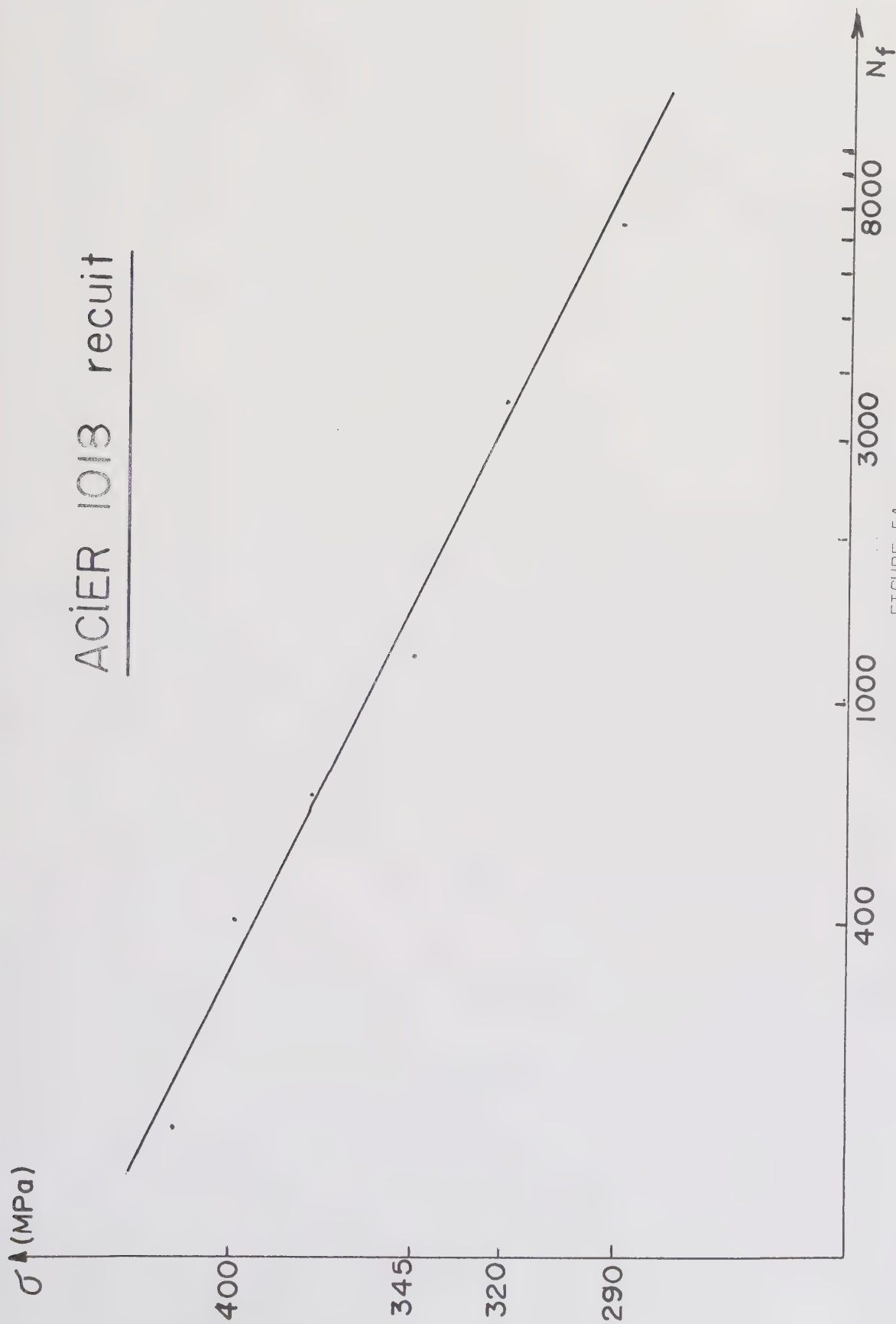


FIGURE 54

Courbes exprimant la durée de vie de l'acier 1018 en fonction de la contrainte.

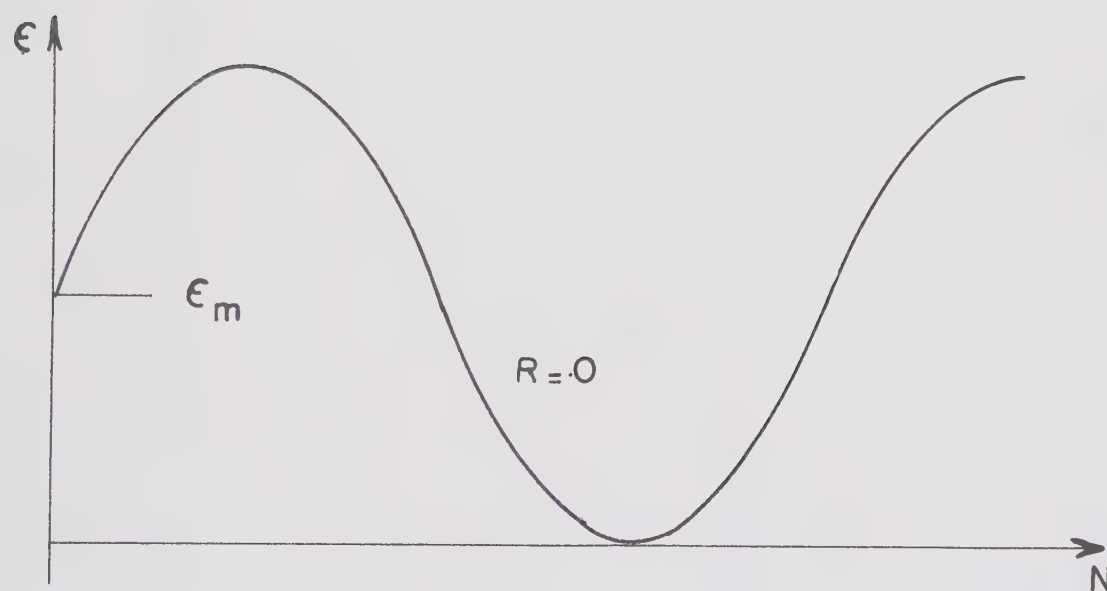
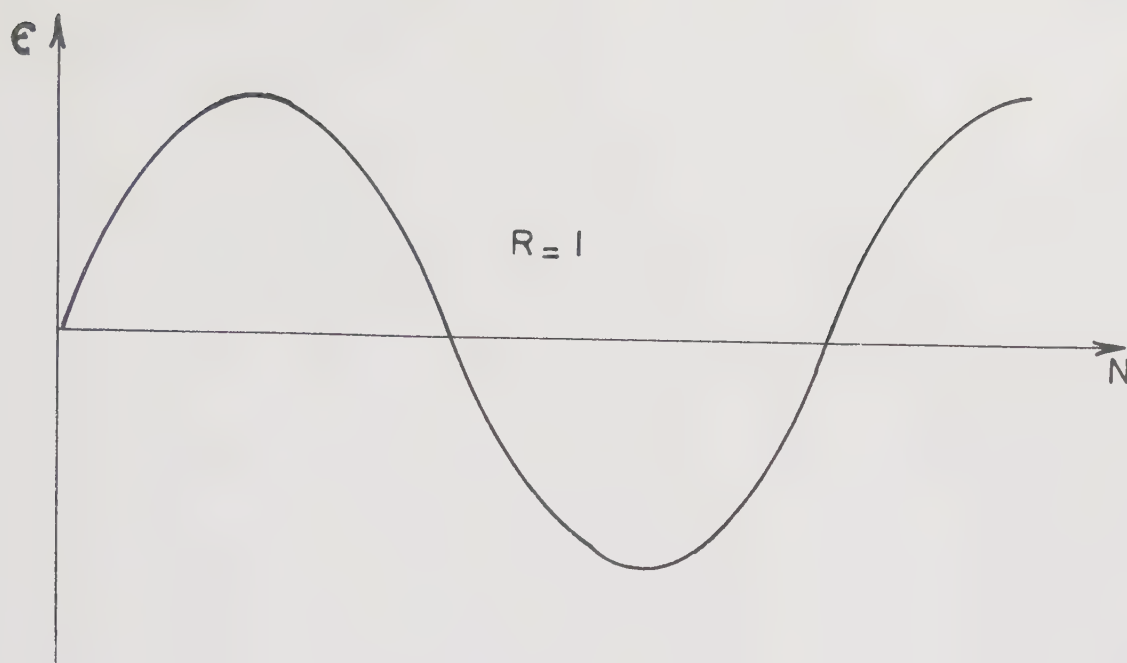
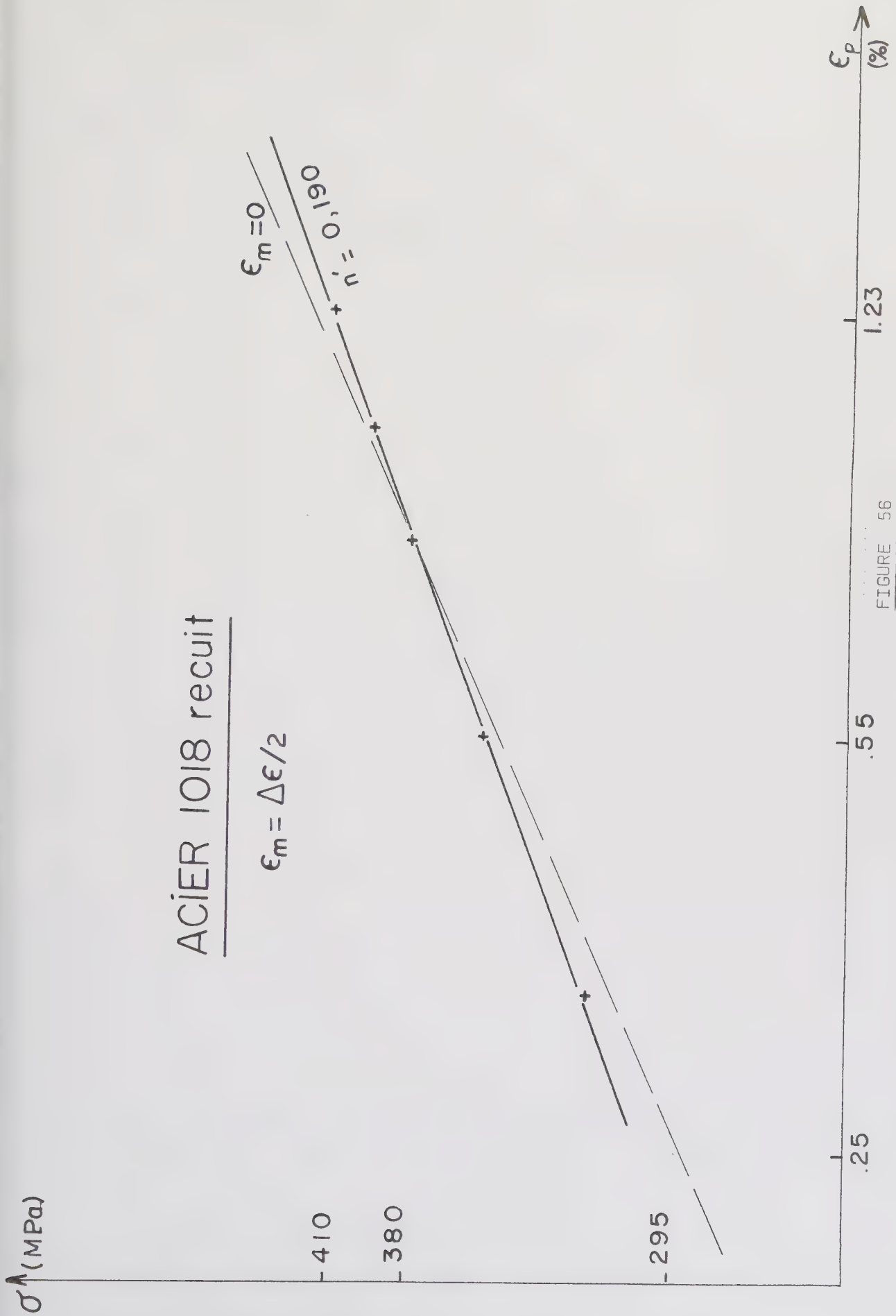


FIGURE 55

Allure de la fonction programmée sans ou avec
déformation moyenne.



Détermination graphique du coefficient d'écrouissage cyclique de l'acier 1018 avec déformation moyenne.

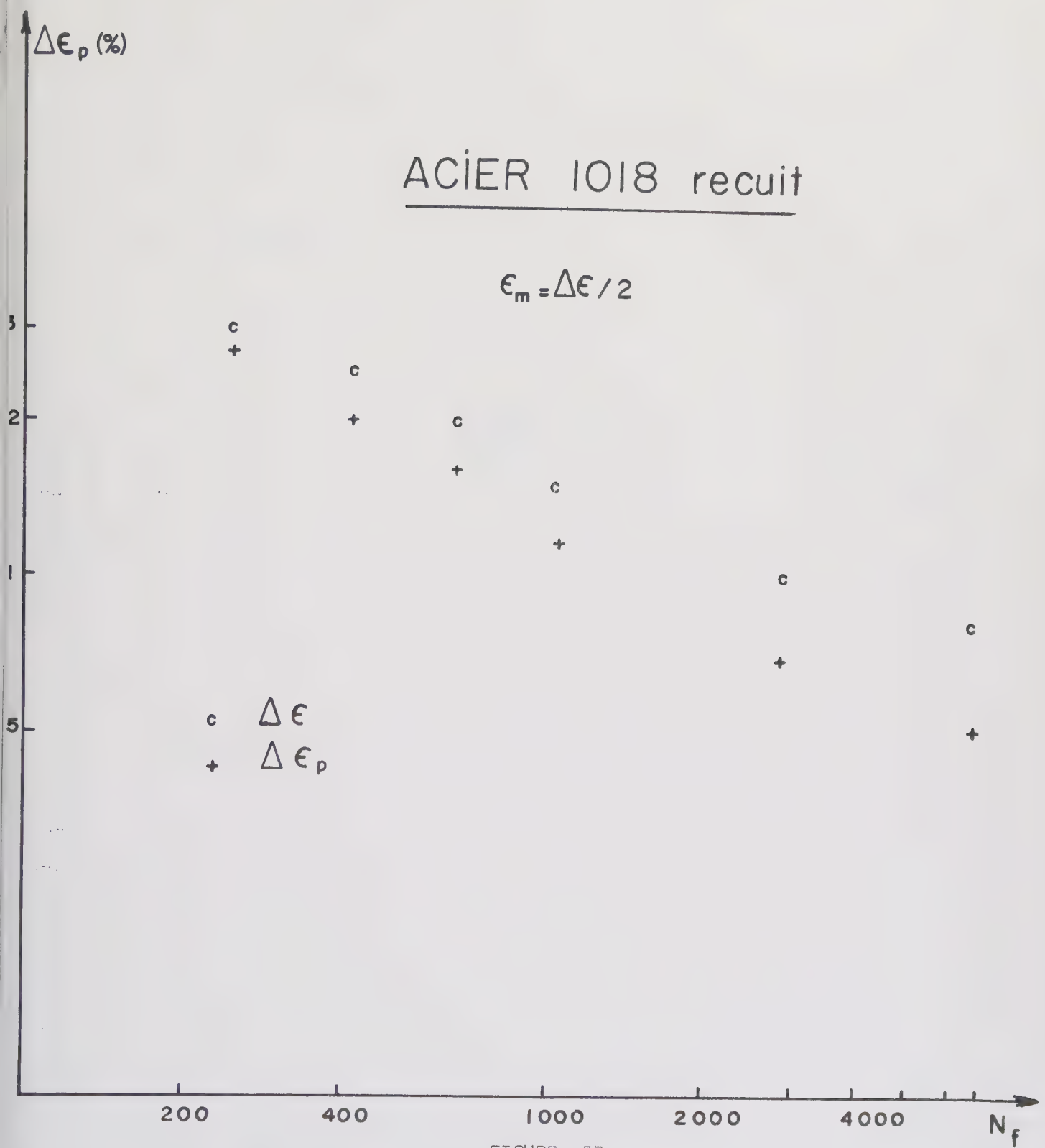


FIGURE 57

Courbes exprimant la durée de vie de l'acier 1018 en fonction de la déformation totale et plastique avec déformation moyenne.

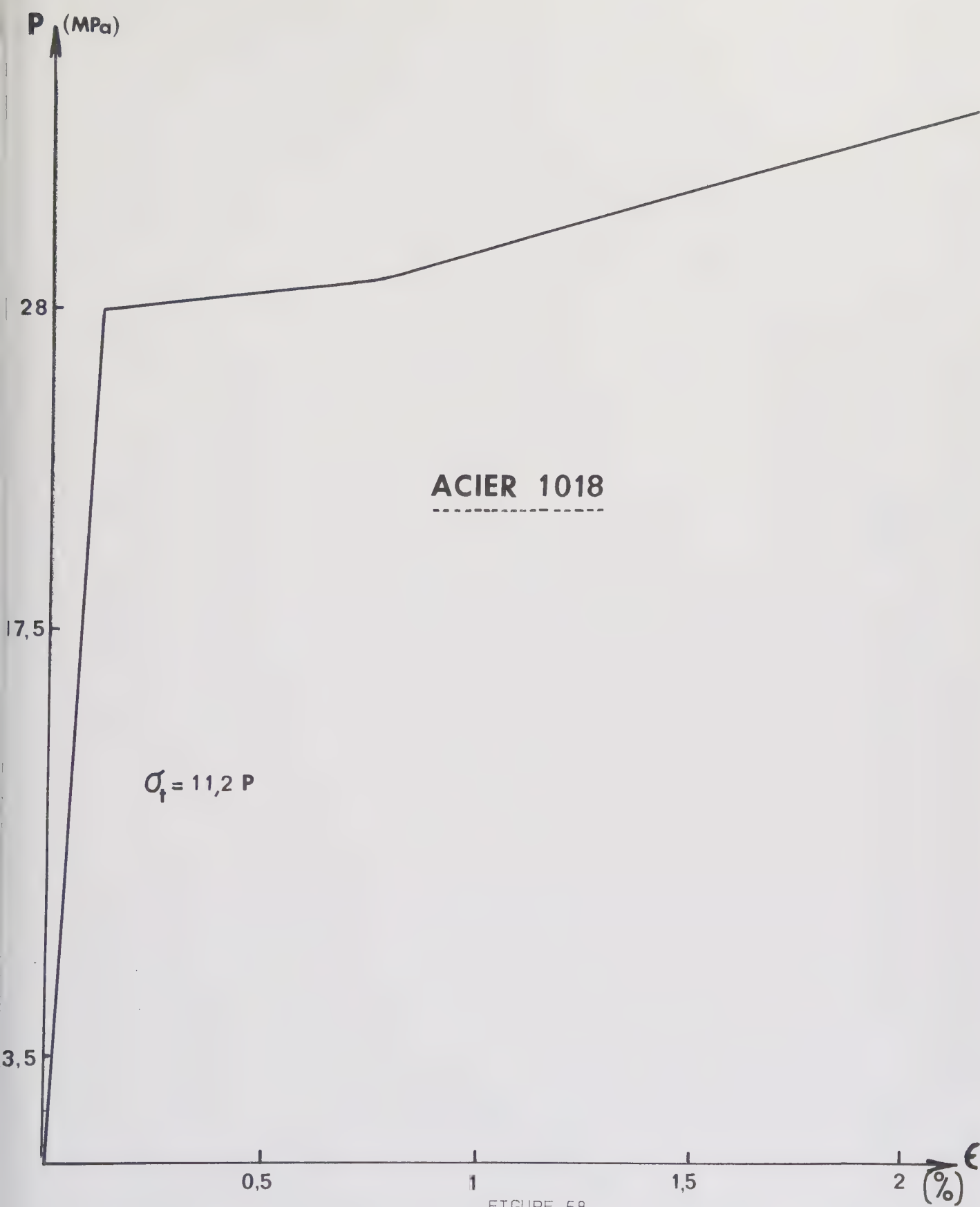


FIGURE 58

Courbe pression-déformation de l'acier 1018.

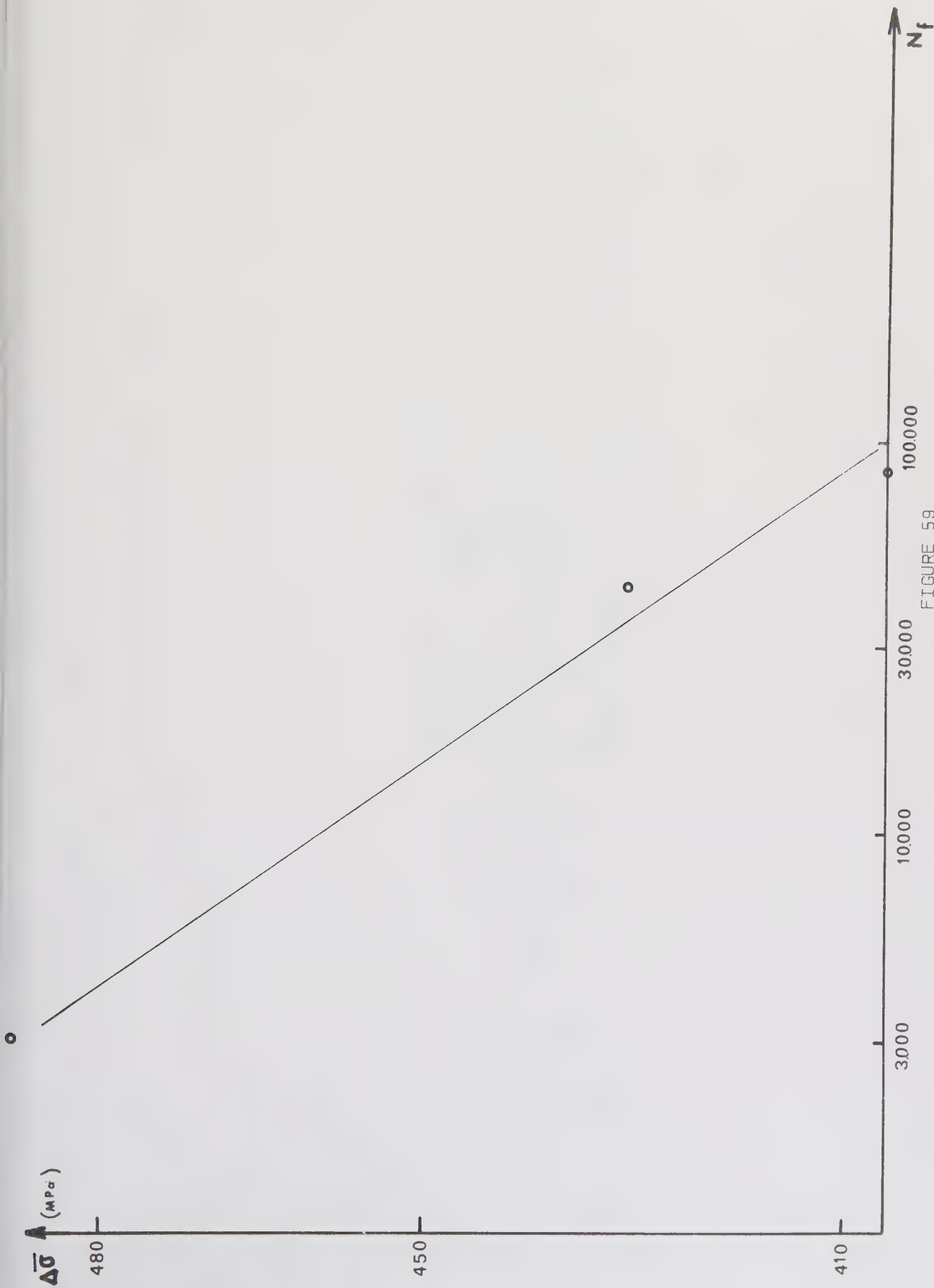


FIGURE 59

Courbe exprimant la durée de vie de l'acier 1018 en fonction de la contrainte effective pour une valeur de $Q = \frac{\sigma_a}{\sigma_t} = -0,5$.

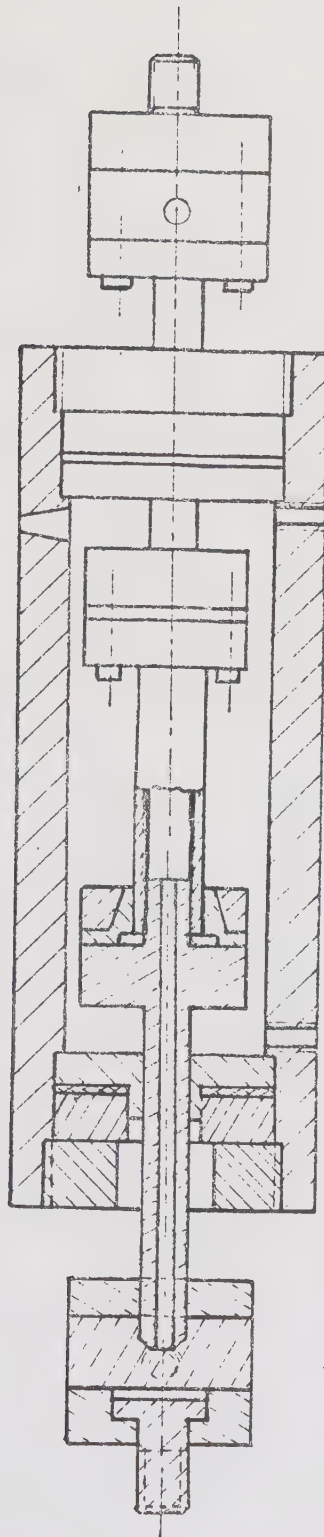


FIGURE 60

Enceinte de pression

Type	Force F	Couple de torsion T	Pression P
	Cellule de charge	Cellule de torsion	Capteur
Fournisseur - modèle	Lebow 3116 103	Atelier mécanique	BLH. 59402
Capacité nominale	± 100 kN	1000 mN	350 bars
Linéarité	. 1 %	. 2 % (de 0 à 400 m.N)	. 2 %
Hystérésis	. 1 %	. 2 % (de 0 à 400 m.N)	. 2 %
Circuit	Pont de résistances (jauges)	Pont de résistances (jauges)	Pont de résistances (jauges)

TABEAU 1

Servo-systèmes : caractéristiques

- de Stanfield

$$\max \left[(2 - \sigma_f/\tau_f) \sigma_1, \sigma_1 - (\sigma_f/\tau_f - 1) \sigma_2, \sigma_1 - (\sigma_f/\tau_t - 1) \sigma_3 \right] = \sigma_f$$

- de Findley

$$\left[(\sigma_1 + \sigma_2) / \sigma_f \right]^{\sigma_f/\tau_f} - \sigma_1 \sigma_3 / \tau_f^2 = 1$$

L'existence de ces différents critères montre que l'étude de la fatigue multiaxiale n'est pas simple. Les expériences confirment ou infirment certains de ces critères.

$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma/2$	$2 N_f$	$\Delta\epsilon_p$	$\Delta\epsilon_p/2$	$\Delta\epsilon$	N_f
696,5	348,25	3508	0,070	0,035	1,02	1754
724,1	362,05	2186	0,095	0,0475	1,13	1093
744,8	372,4	1484	0,125	0,0625	1,19	742
768,9	384,45	1706	0,200	0,100	1,29	853
800	400	1454	0,225	0,1125	1,38	727
813,8	406,9	1130	0,270	0,135	1,55	565
895,2	447,6	400	0,60	0,30	1,73	200
922,7	461,35	544	0,75	0,375	2,00	272
979,4	489,7	154	1,65	0,825	3,00	77
855,2	427,6	394	0,87	0,435	2,00	197
823,5	411,75	754	0,40	0,20	1,5	377
815,4	407,7	1340	0,40	0,20	1,5	670
909,4	454,7	460	0,86	0,43	2,00	230
780,1	390,05	1130	0,42	0,21	1,5	565
870,2	435,1	170	0,90	0,45	2,0	85
909,4	454,7	394	1,25	0,625	2,5	197

La contrainte est donnée en MP_a
 La déformation est donnée en %

TAB^{LEAU} 3

expressions	N _f	100	1000	3000	8000	20000
Manson $\Delta \epsilon \times 10^{-3}$		13 + 20,3	9,85 + 5,1	8,65 + 2,6	7,7 + 1,5	6,9 + 0,8
Morrow $\Delta \epsilon_e \times 10^{-3}$		12,5	10,55	9,75	9,05	8,45
Morrow $\Delta \epsilon \times 10^{-3}$		24,1	13,3	11,10	9,8	8,85
Essais $\Delta \epsilon \times 10^{-3}$		23,9	13,15	9,9	7,65	6,04
Dubuc $\Delta \epsilon \times 10^{-3}$		6,4 + 32,7	14,6	10,65	8,75	7,75
Essais $\frac{\Delta \epsilon_p}{2} \times 10^{-3}$		5,96	1,55	0,8	0,45	0,25
Morrow $\frac{\Delta \epsilon_p}{2} \times 10^{-3}$		5,8	1,35	0,7	0,4	0,2
Manson $\frac{\Delta \sigma}{2}$		463,25	351,4	308	311,6	245,3
Morrow $\frac{\Delta \sigma}{2}$		445,85	375,5	345,95	321,53	300,30
Essais $\frac{\Delta \sigma}{2}$		464,6	393,55	363,55	338,75	317,1

TABLEAU 4

Comparaison entre les formulations proposées et les essais sur l'al- 2024

$$\underline{\epsilon_m = 0}$$

$\Delta\sigma$	$\frac{\Delta\sigma}{2}$	$2 N_f$	$\Delta\epsilon_p$	$\frac{\Delta\epsilon_p}{2}$	$\Delta\epsilon$	N_f
840	420	350	2,6	1,3	3	175
800	400	800	1,92	0,96	2,5	400
750	375	1350	1,53	0,765	2	675
690	345	2372	1,08	0,54	1,5	1186
640	320	6900	0,74	0,37	1	3450
580	290	14500	0,48	0,24	0,8	7250

$$\underline{\epsilon_m = \Delta\epsilon/2}$$

$\Delta\sigma$	$\frac{\Delta\sigma}{2}$	$2 N_f$	$\Delta\epsilon_p$	$\frac{\Delta\epsilon_p}{2}$	$\Delta\epsilon$	N_f
820	410	500	2,47	1,235	3	250
790	395	850	2	1	2,5	425
760	380	1266	1,6	0,8	2	633
710	355	2100	1,1	0,55	1,5	1050
640	320	5780	0,67	0,335	1	2895
590	295	13500	0,50	0,25	0,8	6750

La contrainte est donnée en MP_a

La déformation est donnée en %

TABLEAU 5

Récapitulatif des essais uniaxiaux cycliques sur l'acier 1018

expressions	N _f	100	1000	3000	8000	20000
Manson $\Delta \epsilon_e \times 10^{-3}$		4,6	3,5	3	2,7	2,4
Morrow $\Delta \epsilon_e \times 10^{-3}$		5,9	4,7	4,2	3,75	3,4
Essais $\Delta \epsilon \times 10^{-3}$		39,1	16,5	10,9	7,6	5,4
Dubuc $\Delta \epsilon \times 10^{-3}$		2,3 + 49,8	2,3 + 12,5	2,3 + 6,5	2,3 + 3,6	2,3 + 2,1
Essais $\frac{\Delta \epsilon_p}{2} \times 10^{-3}$		17,4	6,1	3,7	2,4	1,6
Manson $\Delta \epsilon_p$		64,6	16,2	8,4	4,7	2,7
Manson $\frac{\Delta \sigma}{2}$		473,3	359	314,7	279,7	250,6
Morrow $\frac{\Delta \sigma}{2}$		609,4	478,5	426,4	384,7	349,4
Essais $\frac{\Delta \sigma}{2}$		450,7	377,2	319,7	289,5	263,9

TABLEAU 6

Comparaison entre les formulations proposées et les essais sur l'acier 1018

Q	$\Delta\bar{\sigma}$	$\Delta\sigma_a$	$\Delta\sigma_t$	N_f	$\Delta\bar{\sigma}_{\text{corrigé}}$
0	313	0	312,9	32828	313
1,5	235	265,9	177,25	125992	224,2
- 0,5	406	- 153,45	306,9	84125	411,75
∞	310	310	0	337095	310
0	335	0	334,9	79631	335
1,5	245	277,1	184,75	174600	233,7
- 0,5	431	- 163	326	42903	437,4
∞	338	338	0	565048	338
0	355	0	355	3966	355
1,5	260	294,45	196,3	69710	248,3
- 0,5	490	- 185	370	3095	496,4
∞	370	370	0	101966	370
0	370	0	369,5	3984	370
1,5	283	320,45	213,6	78332	270
∞	396	396	0	24789	396

La contrainte est donnée en MP_a

TABLEAU 7

Essais biaxiaux sur l'acier 1018 : 1ère partie

Q	$\Delta\bar{\sigma}$	$\Delta\epsilon$	σ_{a_0}	σ_{t_0}	N_f
0	313	0,184	-	280	32828
1,5	235	0,227	321,5	-	125992
- 0,5	406	0,244	-	293	84125
∞	310	0,196	252,7	-	337095
0	335	0,218	-	291	79631
1,5	245	0,227	255,5	-	174600
- 0,5	431	0,270	-	292	42903
∞	338	0,335	244	-	565048
0	355	0,378	-	266,6	3966
1,5	260	0,247	308,4	-	69710
- 0,5	490	0,367	-	306,7	3095
∞	370	0,277	290,7	-	101966
0	370	0,330	-	297,9	3984
1,5	283	0,310	295,1	-	78332
∞	396	0,311	295,1	-	24789

La contrainte est donnée en MP_a

La déformation est donnée en %

σ_{a_0} , σ_{t_0} : points d'écoulement en traction et pression

TABLEAU 8

Essais biaxiaux sur l'acier 1018 : 2ème partie

Q	γ	α
1,4	- 0,1039	0,43018
	- 0,0897	0,50787
	- 0,1152	0,36808
	- 0,1102	0,39581
	- 0,1104	0,33956
	- 0,1137	0,37626
	- 0,1126	0,35472
	- 0,1090	0,40217
∞	- 0,0856	0,53024
	- 0,0758	0,58437
	- 0,0792	0,56567
	- 0,0835	0,54178
0,5	- 0,0711	0,61002
	- 0,0699	0,61647
	- 0,0771	0,57735

TABLEAU 9

Variation du coefficient de fatigue en fonction du rapport
des contraintes

E	71 000 MP _a
G	27 300 MP _a
σ_o	335,85 MP _a
τ_o	320 MP _a
σ_u	460 MP _a
σ_{fv}	662 MP _a
S _o	129,22 mm ²
S _f	93,74 mm ²
ϵ_{fv}	0,322
RA	0,294
élongation	0,22
dureté Rockwell	B 74,5

n'	0,1191
K'	0,745
b	-0,0746
c	-0,6267

n', K', b et c représentant respectivement :

- le coefficient d'écrouissage cyclique
- le facteur d'effort cyclique
- l'exposant de résistance à la contrainte cyclique
- l'exposant de résistance à la déformation **plastique** cyclique.

TABEAU 10

Caractéristiques mécaniques de l'aluminium 2024

E	205 000 MP _a
K	286 500 MP _a
σ_o	310 MP _a
P _o	287 MP _a
σ_u	470 MP _a
σ_{fv}	1063 MP _a
S _o	100 mm ²
S _f	35,43 mm ²
ϵ_{fv}	1,04
RA	0,645

dureté Rockwell B 58

n'	0,223
K'	0,375
b	-0,105
c	-0,473

n', K', b et c représentant respectivement :

- le coefficient d'écrouissage cyclique
- le facteur d'effort cyclique
- l'exposant de résistance à la contrainte cyclique
- l'exposant de résistance à la déformation plastique cyclique.

TABEAU 11

Caractéristiques mécaniques de l'acier 1018

A P P E N D I C E A

CRITERES DE PLASTICITE

Les critères d'écoulement plastique usuels supposent que le matériau est isotrope, qu'il possède les mêmes propriétés en traction et en compression, qu'il n'y a pas d'effet Bauschinger. Les deux principaux critères ont été défini par Coulomb-Tresca et Von Mises.

Critère de Coulomb-Tresca

Basé sur des constatations expérimentales, il établit que l'écoulement plastique se produit lorsque la cission maximale atteint une valeur critique, qui est la cission maximale à la limite d'écoulement en traction uniaxiale.

$$\sigma_1 - \sigma_3 = k \quad \text{avec} \quad \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$

En sollicitation biaxiale ($\sigma_3 = 0$) le critère est représenté dans le plan ($\sigma_1 - \sigma_2$) par un hexagone dont les côtés sont définis par :

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \pm k \quad ; \quad \sigma_2 = \pm k \quad ; \quad \sigma_1 = \pm k$$

Critère de Von Mises

Mathématiquement la fonction d'écoulement peut s'écrire en fonction des invariants du tenseur des contraintes. Une simplification établit que cette fonction peut se réduire au second invariant prenant à l'écoulement la valeur de l'invariant J_2 à la limite d'écoulement plastique en traction uniaxiale

$$\text{soit } J_2 = J_2^0$$

$$\text{avec } J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

$$\text{et } J_2^0 = \frac{1}{3} (\sigma_1^0)^2$$

En sollicitation biaxiale ($\sigma_3 = 0$) le critère est représenté dans le plan ($\sigma_1 - \sigma_2$) par une ellipse d'équation

$$\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2 = (\sigma_1^0)^2$$

A P P E N D I C E B

EXTENSOMETRE

La fabrication d'un extensomètre tel que celui représenté à la figure 10 a été usiné dans un bloc d'alliage d'aluminium.

Un tel extensomètre peut être assimilé à un portique aux coins rigides. Lors d'un allongement de l'éprouvette de 2δ , la rotation à chaque coin est de θ et la déflexion de la lame est telle que $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI}$

la rotation s'écrit
$$\theta = -\frac{Ma}{EI} = \frac{\delta}{\rho}$$

avec $\frac{M}{I} = \frac{\sigma}{y} = \frac{E\varepsilon}{y}$ soit $M = \frac{EI\varepsilon}{y}$

ce qui permet d'écrire

$$\varepsilon = -\frac{\delta t}{a\ell}$$

c'est-à-dire que la déformation de la lame est proportionnelle à l'ouverture de l'extensomètre en étant proportionnelle à l'épaisseur de la lame et inversement proportionnelle à la longueur de référence prise sur l'éprouvette et à la largeur de l'extensomètre.

Notation : δ allongement de l'éprouvette

ℓ hauteur du portique

$2t$ épaisseur de la lame

$2a$ longueur de référence sur l'éprouvette.

A P P E N D I C E C

METHODE DES MOINDRES CARRES

Cette méthode de calcul est utilisée pour le lissage des courbes. Elle consiste à déterminer une fonction théorique telle que la somme des carrés des déviations soit minimale.

Lors d'une fonction de la forme $Y = aX^b$

nous avons la fonction linéarisée correspondante

$$\ln Y = \ln a + b \ln X$$

Cette expression représente les lois expérimentales de fatigue. Les essais fournissent les valeurs de Y et X (contrainte ou déformation et cycles). La recherche des coefficients a et b

$$b = \frac{N \sum (\ln X \ln Y) - \sum \ln X \sum \ln Y}{N \sum (\ln X)^2 - (\sum \ln X)^2}$$

avec N nombre de points (Y_i, X_i)

$$\text{et } \ln a = \frac{\sum \ln Y}{N} - \frac{\sum \ln X \cdot b}{N}$$

détermine les lois numériques.

A P P E N D I C E D

CRITERES DE RUPTURE

Les problèmes de fatigue peuvent être abordés de différentes manières. En effet, puisque les métaux répondent différemment aux chargements cycliques en contrôle de sollicitations et de déformations, il est prudent d'analyser la résistance de ceux-ci en fonction de ces deux variables.

De plus, des considérations énergétiques conduisent à étudier les problèmes de propagations de fissures et à relier celles-ci à l'énergie dissipée. Quelques relations sont proposées.

- Manson en décomposant la déformation totale en déformation plastique et déformation élastique a expérimenté plusieurs matériaux.

En introduisant la valeur de la ductilité il donne comme relations :

$$\bullet \quad \Delta \epsilon_e = 3,5 \frac{\sigma_u}{E} N_f^{-0,12}$$

$$\bullet \quad \Delta \epsilon_p = D^{0,6} N_f^{-0,6}$$

- Morrow considère l'énergie dissipée pour l'ensemble des cycles introduisant une déformation plastique mesurable et l'énergie nécessaire pour propager une fissure dont la longueur est connue.

$$W_p = \Delta W N_f = \frac{2}{n'+1} \sigma_a \epsilon_p N_f$$

$$\frac{W_{p1}}{W_f} = \left(\frac{L_1}{L_f} \right)^2 = \left(\frac{\sigma_1}{\sigma'_f} \right)^4$$

d'après la loi de Griffith $\left(\frac{\sigma_f^2 L}{2 E} = \text{constante} \right)$

Après quelques arrangements dans les calculs, Morrow propose comme relations

$$\sigma_a = \sigma'_f (2N_f)^b$$

$$\frac{\Delta \epsilon_p}{2} = \epsilon'_f (2N_f)^c$$

avec $b = -\frac{n'}{1 + 5 n'}$ et $c = -\frac{1}{1 + 5 n'}$

- Dubuc modifie les approximations de Manson et propose comme relation :

$$N_f = \left(\frac{\epsilon_f}{2}\right)^{0,6} (\Delta \epsilon - \frac{\sigma_u}{E})^{-1/96}$$

Ces relations sont considérées comme étant les meilleures approximations pour l'étude de la fatigue uniaxiale.

Dans le cas de fatigue multiaxiale il est nécessaire d'introduire les contraintes et les déformations effectives afin de considérer les contraintes et les déformations suivant les trois axes principaux. La relation contrainte déformation tient compte de la loi de plasticité et de l'anisotropie du matériau (généralement von Mises et Hill).

Les principaux critères de rupture sont :

- de la contrainte de cisaillement maximale (Tresca)

$$\max (\sigma_1 - \sigma_2, \sigma_1 - \sigma_3) = \sigma_f$$

- de l'énergie totale de déformation

$$\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2 \nu (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1) \right]^{1/2} = \sigma_f$$

- de l'énergie de déformation en cisaillement (von Mises)

$$\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1) \right]^{1/2} = \sigma_f$$

- de Gough

$$\{\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \left[\left(\frac{\sigma_f}{\tau_f} \right)^2 - 2 \right] \sigma_1 \sigma_3\}^{1/2} = \sigma_f$$

- de Stanfield

$$\max \left[(2 - \sigma_f/\tau_f) \sigma_1, \sigma_1 - (\sigma_f/\tau_f - 1) \sigma_2, \sigma_1 - (\sigma_f/\tau_t - 1) \sigma_3 \right] = \sigma_f$$

- de Findley

$$\left[(\sigma_1 + \sigma_2) / \sigma_f \right]^{\sigma_f/\tau_f} - \sigma_1 \sigma_3 / \tau_f^2 = 1$$

L'existence de ces différents critères montre que l'étude de la fatigue multiaxiale n'est pas simple. Les expériences confirment ou infirment certains de ces critères.

A P P E N D I C E E

LOIS ENERGETIQUES DE FATIGUE

L'hypothèse de base repose sur l'énergie nécessaire à la propagation de deux fissures de longueur L et L' et sur la loi de Griffith qui donne la contrainte nécessaire à la propagation de telles fissures.

$$\frac{W_p}{W'_p} = \frac{L^2}{L'^2} \quad \text{et} \quad \frac{\sigma^2 L}{2E} = \text{constante}$$

soit
$$\frac{W_p}{W'_p} = \left(\frac{\sigma'}{\sigma} \right)^4$$

Si ces fissures sont particulières et correspondent respectivement à des essais cyclique et statique uniaxiaux, la formulation s'écrit :

$$W_f = \Delta W_f \left(\frac{\Delta \epsilon_p}{\epsilon_f} \right)^{-4 n'} \quad (1)$$

A cette expression il convient d'ajouter l'hypothèse que l'énergie dissipée lors d'un essai statique est égale à la somme d'énergie dissipée à chaque cycle lors d'un essai cyclique jusqu'à rupture.

L'énergie de déformation pour un cycle est :

$$\Delta W = \frac{1-n'}{1+n'} \Delta \epsilon_p \Delta \sigma$$

soit au moment de la rupture pour 1/4 de cycle.

$$\Delta W_f = \frac{1-n'}{1+n'} \epsilon_f \sigma_f$$

et pour N cycles

$$W_f = 2 \frac{1-n'}{1+n'} \Delta \epsilon_p \sigma_a N \quad (2)$$

Dans le cas d'un essai uniaxial, la formulation de Morrow conduit en comparant les relations 1 et 2 à l'expression

$$W_f = \frac{1-n'}{1+n'} \epsilon_f \sigma_f (2N)^{1+b+c} \quad (3)$$

c'est-à-dire de la forme :

$$W_f = \Delta W_f N^\alpha$$

Le problème reste d'écrire W_f et ΔW_f en fonction des résultats des essais statiques et cycliques uniaxiaux.

B I B L I O G R A P H I E

- 1 - DOLAN, T.J. - "Non linear response under cyclic loading conditions"
Developments in Mechanics, Proceedings of the ninth midwestern conference, Madison, Wisconsin, vol.3, Août 1965, pp.3-21.

- 2 - TOPPER, T.H., et CONLE, A., - "An approach to the analysis of the non linear deformation and fatigue response of components subjected to complex service load histories"
Proc. Int. Symposium on Experimental Mechanics, University of Waterloo, 1972.

- 3 - TRESCA, H. - "Mémoire sur l'écoulement des corps solides"
Acad. Sci. Paris, vol.18, 1868, p.783.

- 4 - HILL, R. - "The mathematical theory of plasticity"
Oxford University Press, 1950

- 5 - JOHNSON, W. , et MELLOR, P.B., - "Plasticity for mechanical engineers"
D. Van Nostrand Co., Ltd., 1962.

- 6 - VON MISES, R., - "Mechanick der festen körper in plastisch deformation zustand"
Math. Phys., K.1, 1913, p.582.

- 7 - PRAGER, W., "Recent development in the mathematical theory of plasticity"
Journal of applied physics, vol.20, 1949, pp.235-241.

- 8 - PRAGER, W. - "A new method of analysing stress and strain in work hardening plastic solids"
Journal of applied mechanics, vol.23, 1956, p.493.

- 9 - ZIEGLER, H. - "A modification of prager's hardening rule"
Quarterly of applied mathematics, vol.17, 1959, pp.55-60.

- 10 - BATDORF, S.B., et BUDIANSKY, B. - "Polyaxial stress - Strain relations of strain - Hardening metal"
Journal of applied mechanics, vol. 21, 1954, pp.323-326.
- 11 - DRUCKER, D.C., - "Plasticity"
Proc. 1st Symp. Naval Structural Mechanics, 1960, pp.407-455.
- 12 - TAYLOR, G.I., et QUINNEY, H. - "The plastic distortion of metals"
Philosophical Transactions Royal Society London, serie A,
vol.230, Juin 1931.
- 13 - PHILLIPS, A., LIU, C.S. et JUSTUSSON, J.W. - "An experimental investigation of yield surfaces at elevated temperatures"
Department of Engineering and Applied Sciences Yale University
New-Haven, Déc.1970.
- 14 - WILLIAMS, J.F., et SWENSON, N.L. - "Effect of torsional prestrain on the yield locus of 1100 F aluminium"
Journal of strain analysis, n° 4, vol.6, avril 1971.
- 15 - BERTSCH, P.K., et FINDLEY, W.N. - "An experimental study of subsequent yield surfaces : corners, normality, Bauschinger and allied effects"
Proc. 4th U.S. Nat. Congr. Appl. Mech., 1962, p.893.
- 16 - DUDDERAR, T.D. et DUFFY, J., - "Neutron irradiation and yield surfaces of copper"
Trans. ASME 34 E, Journal of applied mechanics, n° 1, 1967,
p.200.
- 17 - MEBS, R.N., et Mc ADAMS, jr D.J. - "Elastic properties in tension and shear of high strength non ferrous metals and stainless steel - Effect of previous deformation and heat treatment"
NACA Tech. Note n° 1100, 1947.
- 18 - SIERAKOWSKI, R.L. , et PHILLIPS, A., - "The effect of repeated loading on the yield surface"
Acta mechanica 6, 1968, pp.217-231.

- 19 - MIOSTKOWSKI, J., - "Analysis of the memory effect of plastically prestrained material"
Arch. Mech. Stas., 3, 20, 1968, pp.261-276.
- 20 - MARJANOVIE, R., et SZCZEPINSKI, W., - "Yield surfaces of the M 63 brass prestrained by cyclic biaxial loading"
Arch. Mech. Stas ., 26, 2, Warazawa, 1974, pp.311-320.
- 21 - COFFIN, L.F., - "The stability of metals under cyclic plastic strain"
Journal of basic engineering, Septembre 1960, p.671.
- 22 - NANSON, S.S. - "Fatigue : a complex subject. Some simple approximations"
Experimental mechanics, Juillet 1965, p.193.
- 23 - MORROW, J.D. , et TULER, F.R., - "Low cycle evaluation of inconel 713 C and waspaloy"
Journal of basic engineering, Juin 1965, p.275.
- 24 - LANDGRAF, R.W. - "The resistance of metals to cyclic deformation"
ASTM - STP 467, 1970, pp.3-35.
- 25 - SANDOR, B.I., - "Fundamentals of cyclic stress and strain"
Editions Wisconsin U.P., 1972.
- 26 - HAVARD, D.G., - "Fatigue and deformation of normalized mild steel subjected to biaxial cyclic straining"
Ph. D. thèse, Université de Waterloo Canada, 1970.
- 27 - GOUGH, H.J. - "Engineering steels under combined cyclic and static stresses"
Journal of applied mechanics, vol.17, n° 2, Juin 1950, p.113.
- 28 - FINDLEY, W.N., et PROVIDENCE, R.T., - "Fatigue of metals under combinations of stresses"
ASTM, vol.56, 1956, p.1337.

- 29 - CROSBY, J.R., BURNS, O.J., et BENHAM, PP. - "Effect of stress biaxiality on the high strain fatigue behavior of an aluminium copper alloy"
SESA Paper n° 1369, Fall meeting, 1968.
- 30 - Mc DIARMID, D.L., - "A general criterion of fatigue failure under multiaxial stress"
Rapport technique II-61, the City University, London England, 1973.
- 31 - Mc DIARMID, D.L., "Failure criteria and cumulative damage in fatigue under multiaxial stress conditions"
Ph. D. Thèse, the City University, London England, 1972.
- 32 - HAVARD, D.G, et TOPPER, T.H., - "Biaxial fatigue of 1018 mild steel at low endurance"
Rapport technique II-99, Université de Waterloo, Ont. Canada, 1970.
- 33 - ELLYIN, F., - "A criterion for fatigue under multiaxial states of stress"
Rapport non encore publié, Université de Sherbrooke, Québec, 1974.
- 34 - ELLYIN, F., - "A particular class of stress concentration problems"
International Symposium on experimental mechanics, Université de Waterloo, Juin 1972.
- 35 - LIBERTINY, G.Z. - "Short life fatigue under combined stresses"
Journal of strain analysis, vol.2, n° 1, 1967, p.91.
- 36 - PASCOE, K.J. et DEVILLIERS, J.W. - "Low cycle fatigue of steels under biaxial straining"
Journal of strain analysis, vol.2, n° 2, 1967, p.117.
- 37 - ELLISON, E.G., et ANDREWS, J.M. - "Biaxial cyclic high strain fatigue of aluminium alloys RR 58"
Journal of strain analysis, vol.8, n° 3, 1973, p.209.

- 38 - MORROW, Jo DEAN, - in "Internal friction, damping, and cyclic plasticity"
ASTM STP 378, American Society for testing and materials,
1965, pp.45-84.
- 39 - SMITH, R.W - HIRSCHBERG, M.H. et MANSON, S.S. - "Fatigue behavior of
materials under strain cycling in low and intermediate life
range"
NASA In D-1574, National Aeronautics and Space Administration,
Avril 1963.
- 40 - ENDO, T., et MORROW, Jo DEAN - "Cyclic stress - strain and fatigue
behavior of representative aircraft metals"
Journal of materials, vol.4, n° 1, mars 1969, pp.159-175.
- 41 - LANDGRAF, R.W., - "Cyclic deformation and fatigue behavior of hardened
steels"
Report n° 320, Department of Theoretical and Applied Mechanics
University of Illinois, Urbana, III, novembre 1968.
- 42 - MORROW, Jo DEAN - "Fatigue properties of metals"
Paper submitted to fatigue design committee of Society of
Automotive Engineers from steel technical committee division 4,
avril 1964 ; voir également fatigue design handbook, Society
of Automotive Engineers, New-York, 1968, Chapitre 3.2.
- 43 - LANDGRAF, R.W. - MORROW, Jo DEAN, et ENDO, T. - Journal of materials,
JMLSA, Vol.4, n° 1, mars 1969, pp.176-188.
- 44 - HALFORD, G.R. - "The energy required for fatigue"
Journal of materials, vol.1, n° 1, mars 1966, p.3.
- 45 - ELLISON, E.G. et ANDREWS, J.M. - "Biaxial cyclic high strain fatigue
of aluminium alloys RR 58"
Journal of strain analysis, vol.8, n° 3, 1973, p.209.
- 46 - ROTVEL, F., - "Biaxial fatigue tests with zero mean stress using tubular
specimens"
International Journal of Mechanical Science, vol.12, 1970,
p.567.

- 47 - DITLEVSEN, O., - "Examination of the stress-strain curve of mild steel from a statistical point of view"
Journal of Phys. Solids, vol.16, 1968, pp.111-120.

